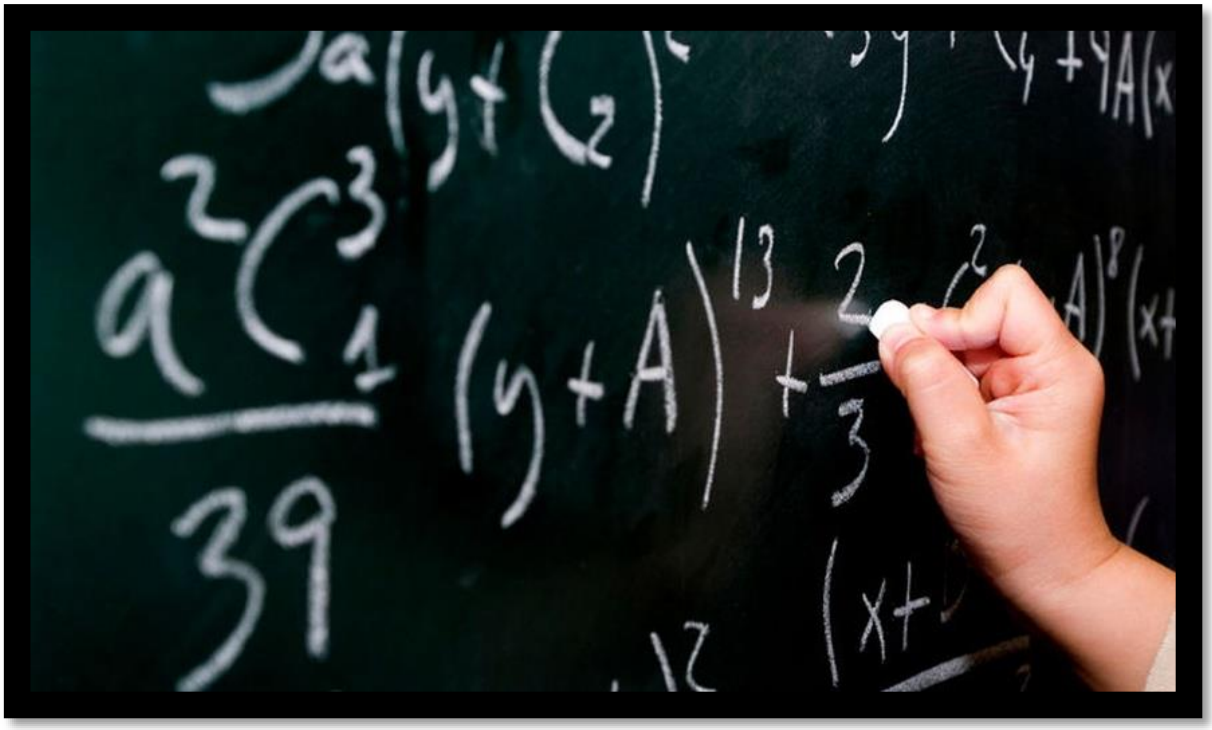
ESCUELA PREPARATORIA ESTATAL N° 6 ALIANZA DE CAMIONEROS
CLAVE 31EBH0033X CALLE 64 No. 602 A ENTRE 75 Y 77 TEL. 923-24-11
HORARIO DE 7:00 A 12:30 HORAS DE LUNES A VIERNES; MÉRIDA, YUC. MÉX.

Álgebra Avanzada



SEMESTRE V

AGOSTO 2023 – ENERO 2024

Propósito de la asignatura

El propósito de la asignatura de Álgebra Avanzada es que el alumno empalme en analizar, resolver y explicar los problemas algebraicos, para el fortalecimiento del razonamiento lógico matemático en una diversidad de contextos.

Atributos de las competencias genéricas

4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.

4.5 Maneja las tecnologías de la información y la comunicación para obtener información y expresar ideas.

5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.

5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.

5.4 Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.

5.6 Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.

6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva

6.1 Elige las fuentes de información más relevantes para un propósito específico y discrimina entre ellas de acuerdo a su relevancia y confiabilidad.

6.4 Estructura ideas y argumentos de manera clara, coherente y sintética.

8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.

8.1 Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.

Competencias disciplinares

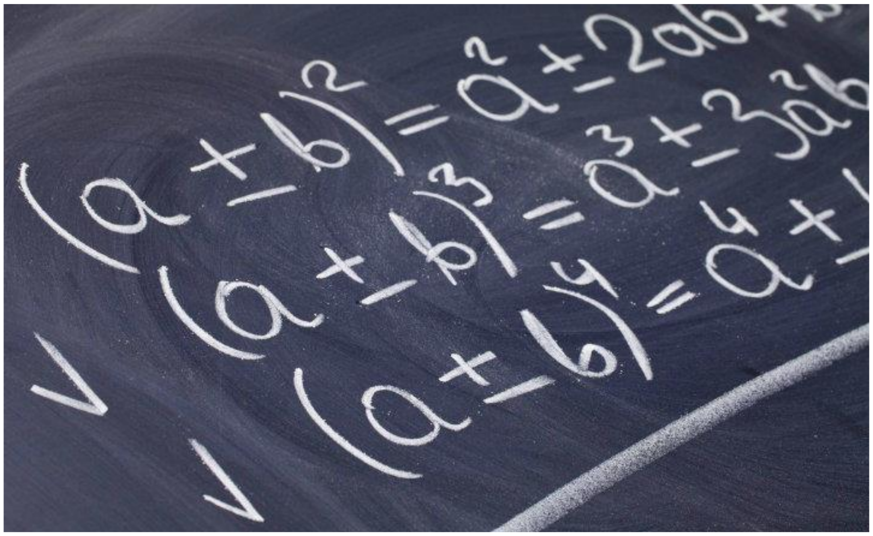
1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

Contenido

SEMANA 1 – 28 AGO a 1 SEP

Álgebra Avanzada

Bloque 1



Contenidos específicos

- Los distintos tipos de factorizaciones que existen en álgebra, ¿qué es factor común? ¿cuándo aplicamos por agrupación de términos? ¿cuál son los métodos para factorizar trinomios?
- ¿Cómo realizo la factorización cuando se me presenta de la forma?
- El significado de una matriz en álgebra, las operaciones que se realizan con ésta y los métodos que se emplean para la solución.
- ¿Qué es la matriz inversa y cómo se obtiene?

Aprendizajes esperados

A.E.1. Identifica y opera los diversos tipos de factorizaciones.
A.E.2. Utiliza los métodos de Gauss y Gauss- Jordan para solucionar sistema de ecuaciones.
A.E.3. Define que es una matriz y encuentra su inversa.

SEMANA 1 – 28 AGO a 1 SEP

Instrucciones generales del bloque 1

Bienvenido al primer bloque de la asignatura optativa ***Álgebra Avanzada***. Para alcanzar los aprendizajes y elaborar los productos esperados, en este bloque trabajaremos de la siguiente manera:

1. **Respecto a las sesiones de clase:** Se tendrán 4 sesiones semanales, distribuidas de acuerdo con horario escolar vigente. Durante las sesiones se espera que:
   - ✓ Te presentes puntualmente.
   - ✓ Cuentes con el material impreso.
   - ✓ Sigas en todo momento las indicaciones del docente.

2. **Respecto al uso de plataforma.** De forma paralela a las sesiones de clase presenciales, se usará la plataforma (Classroom o Schoology), para acceso a material complementario (videos, quiz, material de lectura) y actividades de reforzamiento.

3. **Respecto a la asistencia**. Es necesario cubrir el 80% de asistencia durante el bloque. Es importante considerar que las sesiones dobles implican una doble asistencia o inasistencia.

4. **Respecto a la elaboración y entrega de ADAS:**
   - ✓ Las actividades de aprendizaje (ADAS) se realizarán de forma individual o máximo en binas, de acuerdo con las indicaciones de tu docente.
   - ✓ Deben realizar la lectura del material de apoyo y ver los videos propuestos, previo a la realización de cada ADA.
   - ✓ Todas las ADAS se realizarán a mano. NO se aceptarán actividades realizadas en computadora.
   - ✓ La entrega de las ADAS será de manera presencial en hoja aparte (de su libreta o en blanco) y con la lista de cotejo impresa al final.
   - ✓ La entrega fuera de tiempo causará una sanción de -20% del valor del ADA.

5. **Respecto al producto integrador*:** En este bloque, el producto integrador consiste en una práctica evaluativa en la cual aplicarás los aprendizajes adquiridos.
   - ✓ La práctica evaluativa se realizará en equipos de 2 a 3 personas. Los equipos serán formados por el docente.
   - ✓ La práctica evaluativa se realizará de forma presencial en la fecha indicada en el calendario de evaluaciones correspondientes al bloque.
   - ✓ La práctica evaluativa se entregará en físico, respetando el formato solicitado en la lista de cotejo.
   - ✓ Se entregará una práctica evaluativa por equipo.

6. **Respecto a la conformación de equipos de trabajo.** El docente integrará equipos de 2 o 3 personas con los que trabajarán para elaborar el producto integrador. La lista de los equipos será publicada en la plataforma Classroom y será compartida también a través de sus jefes de grupo.
   - ✓ NO se permiten cambios de equipo sin autorización.

NOTA: En caso de plagio total o parcial, en ADAS y/o producto integrador, se anulará la calificación obtenida para todos los involucrados. Quedando una calificación de CERO para el criterio correspondiente.

SEMANA 1 – 28 AGO a 1 SEP

8. **Respecto a los criterios de evaluación del bloque:**

60%

- Criterio 1: Práctica Evaluativa

40%

- ADAS**
  - ADA 1: Factorización I....................................8%
  - ADA 2: Factorizacíón II..................................8%
  - ADA 3: Matrices y sus propiedades................8%
  - ADA 4: Gauss y Gauss-Jordan.......................8%
  - ADA 5: Operaciones con matrices..................8%

*PUEDES CONSULTAR LA LISTA DE COTEJO AL FINAL DEL BLOQUE.

**Para tener derecho a la calificación obtenida en las ADAS, es requisito cumplir con la evaluación diagnóstica y la metacognición.

Descripción de producto integradore bloque 1

Criterio 1: Práctica evaluativa

En este bloque se realizará como primer producto integrador una práctica evaluativa en la cual aplicarás diferentes tipos de factorización, resolución de ecuaciones por método de Gauss y Gauss-Jordan y operaciones con matrices para resolver un bloque de ejercicios de diferentes niveles de forma honesta y responsable.

SEMANA 1 – 28 AGO a 1 SEP

Sesión 1

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

Instrucciones: De manera individual realiza lo que se te indica en cada apartado.

1. Realiza las siguientes operaciones algebraicas.

a) $(5b)-(-16b)+(-8b)$

b) $(5rs^2)+(-2r^2s)+(rs^2)$

c) $(8x^3+5x^2-10x)+(x^3-6x^2+11x)$

d) $(2h^2+5)-(-3h^2-h)$

e) $3a(b-2c)$

f) $4x(5-x-10x^2)$

g) $(t^2+5t-6)(2t+1)$

h) $(a^4b^5)\div(ab^2)$

i) $(-7x^3+7x^2)\div(-7x)$

j) $(21y^3-38y^2+29y-40)\div(3y-5)$

k) $\sqrt{25b^6y^4}$

l) $(4a^4x^6)^3$

2. Realiza la descomposición en factores de los siguientes polinomios

a) $\pi R^2-\pi r^2$

b) $4x^3+8x^2-24x$

c) x^2-25

d) $10c^2-7bc+b^2$

e) x^2+4x+3

g) $1-a^{16}$

3. Resuelve los siguientes problemas.

a) En un concierto benéfico se venden todas las entradas y se recaudan 415 mil pesos. Los precios de las entradas son 700 pesos las generales y 1,500 pesos las vip. Calcula el número de entradas vendidas de cada tipo si la capacidad del auditorio es de 490 personas.

b) Un cliente de un supermercado ha pagado un total de $1560 por 24 litros de leche, 6 kg de jamón y 12 litros de aceite. Calcular el precio de cada artículo, sabiendo que 1 litro de aceite cuesta el triple que 1 litro de leche y que 1 kg de jamón cuesta igual que 4 litros de aceite más 4 litros de leche.

SEMANA 1 – 28 AGO a 1 SEP

I. Explica, cuáles son las razones por las que escogiste las optativas de Matemáticas.

II. Lee la lista de aprendizajes esperados correspondientes al bloque I y describe brevemente qué esperas del bloque y cómo consideras que esos aprendizajes van a contribuir a tu formación

SEMANA 1 – 28 AGO a 1 SEP

Sesión 2

Factorización

La factorización es un proceso matemático que consiste en descomponer en factores una expresión matemática (número, polinomio, matriz…). Es decir, hallar sus divisores distintos de la unidad y el propio número o expresión, de tal manera, que el producto de dichos factores da como resultado la expresión dada.

Ejemplos:

- 6 se puede descomponer como el producto de 2 y 3, pues 6=2×3.
- $ax + 3a$ se puede descomponer como el producto de a y $(x + 3)$

Para factorizar *completamente* una expresión se debe descomponer en factores tales que no admitan una descomposición ulterior. Por ejemplo, la expresión $2ax + 6a$ se puede descomponer en $2 \cdot (ax + 3a)$, sin embargo, la factorización no está completa pues $(ax + 3a)$ se puede seguir descomponiendo. Entonces la factorización completa de $2ax + 6a$ es $2 \cdot a \cdot (x + 3)$

Factorización de polinomios

Factorizar un polinomio consiste en descomponer un polinomio como producto de otros más simples. Cuando un polinomio no se puede poner como producto de otros más simples se dice que es irreducible. Entonces un polinomio está *completamente* factorizado si se descompone como el producto de polinomios irreducibles.

Nota: No es necesario descomponer en factores los términos constantes y los monomios. Por ejemplo, $6ax^2 + 12x^2$ se descompone completamente como $6x^2(a + 2)$; NO es necesario descomponer en factores 6 y x^2 . Es decir, no es necesario expresar como $2(3)(x)(x)(a + 2)$

Existen diferentes métodos de factorización para polinomios, la mayor parte de los cuales tienen su fundamento en las fórmulas de productos notables que aprendiste en tu curso de Matemáticas I.

A continuación, abordaremos dichos métodos de factorización, limitándonos al campo de los números reales. De ahora en adelante cuando digamos factorizar un número, queremos decir factorizarlo por completo

SEMANA 1 – 28 AGO a 1 SEP

Factor común

Factor común de un polinomio es un monomio que es factor o divisor de todos los términos del polinomio. Por ejemplo 5 y b^2 son factores comunes de $5b^2x - 5b^2y + 5b^2z$.

El máximo común divisor (MCD) de los términos de un polinomio es el producto de todos sus factores comunes. Para el ejemplo anterior, el MCD es $5b^2$.

Para factorizar un polinomio se separa el factor común de todos los términos, en caso de que lo haya y se divide cada término del polinomio por dicho factor. El polinomio estará completamente factorizado cuando el factor común coincida con el máximo común divisor de los términos del polinomio.

Ejemplo 1: $7ax^2 + 14bx^2 - 21cx^2$

Solución:

Calculamos el máximo común divisor de $7ax^2$, $14bx^2$ y $-21cx^2$

$$\begin{array}{ccc|l} 7ax^2 & 14bx^2 & -21cx^2 & 7 \\ ax^2 & 2bx^2 & -3cx^2 & x^2 \\ \hline a & 2b & -3c & \end{array}$$

Resultado de dividir cada término del polinomio entre el MCD → $a \quad 2b \quad -3c$

Factores comunes: 7, x^2

MCD =$7x^2$

Entonces $7ax^2 + 14bx^2 - 21cx^2 = 7x^2(a + 2b - 3c)$

Consideremos ahora el siguiente ejemplo

Ejemplo 2: $x^3 + x^2 + 2x + 2$

Solución:

Como podrás notar no existe factor común diferente de 1. Sin embargo, podemos agrupar los términos y factorizar por separado

$$x^3 + x^2 + 2x + 2 = (x^3 + x^2) + (2x + 2)$$

$x^3 + x^2$

El factor común es x^2, entonces:

$x^3 + x^2 = x^2(x + 1)$

$2x + 2$

El factor común es 2, entonces:

$2x + 2 = 2(x + 1)$

Regresando a la expresión original

$$x^3 + x^2 + 2x + 2 = (x^3 + x^2) + (2x + 2) = \mathbf{x^2(x+1) + 2(x+1)}$$

SEMANA 1 – 28 AGO a 1 SEP

Ahora tenemos una expresión de dos términos con factor común $(x + 1)$. Usamos la propiedad distributiva de los números y tenemos que:

$$x^2(x+1) + 2(x+1) = (x+1)(x^2+2)$$

Entonces $\quad x^3 + x^2 + 2x + 2 = (x+1)(x^2+2)$

Este método de factorización se llama **factor común por grupos (o por agrupación)** y se utiliza en polinomios de cuatro términos que no tienen factor común. Sin embargo, no todas las expresiones de cuatro términos se pueden factorizar con este método.

Sesión 3

Factorización general de trinomios

Un trinomio general de la forma $ax^2 + bx + c$ no siempre se puede descomponer en factores binómicos. Cuando sea posible tal descomposición, se lleva a cabo de la siguiente manera.

Procedimiento	Ejemplo: $2x^2 - 11x + 5$	
1. Descomponer en 2 factores el primer término ax^2. Cada uno de estos se toma como primer término de los factores binomios.*	Factores de $2x^2$: $2x$, x	
2. Obtener por ensayos dos números cuyo producto sea igual al término independiente c y que al realizar el producto cruzado con los factores obtenidos en 1 la suma sea igual al término central bx.	$\begin{array}{ccl} 2x & 5 & = 5x \\ x & 1 & = 2x \\ \hline & & 7x \end{array}$	$\begin{array}{ccl} 2x & -1 & = -x \\ x & -5 & = -10x \\ \hline & & -11x \end{array}$
3. Formar los binomios con los términos especificados en 2.	Los factores buscados son: $(2x-1)(x-5)$	

** Cuando el primer término* $\boldsymbol{ax^2}$ *sea positivo, se toman los factores positivos*

SEMANA 1 – 28 AGO a 1 SEP

Factorizaciones de expresiones que son cubo de binomios

De productos notables sabemos que:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^2$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^2$$

El miembro de la derecha es un polinomio de cuatro términos resultado de un cubo perfecto de binomios. Factorizarlo es realizar la operación inversa, es decir:

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^2 = (a+b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b)$$

$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^2 = (a-b)^3 = (a-b)(a-b)(a-b)$$

Para reconocer cuando una expresión se puede factorizar como un cubo perfecto de binomios se deben tomar en cuenta los siguientes puntos:

- La expresión debe tener cuatro términos y se puede ordenar en forma descendente o ascendente respecto a una letra.
- Dos de sus términos, el 1° y el 4° (ya ordenados), deben poseer raíz cúbica exacta.
- El segundo término debe ser igual al triple producto del cuadrado de la raíz cúbica del primer término por la raíz cúbica del cuarto termino
- El tercer término debe ser igual al triple producto de la raíz cúbica del primer término por el cuadrado la raíz cúbica del cuarto término.
- El segundo y el cuarto término deben tener el mismo signo y puede ser positivo o negativo, el primer y tercer término siempre son positivos (si el primer y tercer término son negativos realizar factor común con el factor -1).
- Si todos los términos son positivos el resultado es el cubo de la suma de dos cantidades $(a+b)^3$, si hay términos negativos el resultado es el cubo de la diferencia de dos cantidades $(a-b)^3$

Ejemplo: Factorizar $8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3$

Solución:

✓ La expresión tiene cuatro términos ordenados de forma descendente respecto a x
✓ La raíz cubica del primer y cuarto término son $2x$ y $3y$ respectivamente (exactas)
✓ El segundo término es igual a $3 \times (2x)^2 \times 3y$
✓ El tercer término es igual a $3 \times (2x) \times (3y)^2$
✓ El segundo y cuarto término tienen signo $(-)$. El primer y tercer término tienen signo $(+)$

Entonces

$$8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3 = (2x-3y)^3$$

Sesión 4

I. Realiza la actividad de aprendizaje 1

SEMANA 1 – 28 AGO a 1 SEP

Actividad de aprendizaje 1

Aprendizajes esperados:
A.E.1 Identifica y opera los diversos tipos de factorizaciones.
Atributos de las competencias genéricas:
4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
Competencias disciplinares:
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.

I. En binas realicen la factorización de las siguientes expresiones. Describan el procedimiento seguido.

a) $4x^3 + 8x^2 - 24x$

b) $a^2bc + ab^2c - abc^2$

c) $\frac{1}{4}mnr - \frac{1}{2}mn$

d) $x^2 + 3x - 2xy - 6y$

e) $2x^3 + 10x^2 + 3x + 15$

f) $5x^2 + 11x + 2$

g) $4w^2 + 7w + 3$

h) $8 + 15h - 2h^2$

i) $9a^2 - 42a + 49$

j) $16t^2 + 4t + \frac{1}{4}$

Videos complementarios

Factor Común

Factor Común por Agrupación

Trinomio General

SEMANA 1 – 28 AGO a 1 SEP

k) $a^4b^8 - 2a^2b^4c^5 + c^{10}$

l) $m^3 + 3m^2n + 3mn^2 + n^3$

m) $125x^3 + 1 + 75x^2 + 15x$

n) $8 + 12a^2 + 6a^4 + a^6$

Cubo de binomios

Actividad de Reforzamiento: Responde las prácticas contenidas en los siguientes links:

- ✓ https://es.khanacademy.org/math/algebra-basics/alg-basics-quadratics-and-polynomials/alg-basics-factoring-polynomials-1-common-factors/e/factoring-polynomials
- ✓ https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:quadratics-multiplying-factoring/x2f8bb11595b61c86:factor-quadratics-strategy/a/factoring-quadratics-in-any-form

DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR
DEPARTAMENTO DE SERVICIOS EDUCATIVOS
ESCUELA PREPARATORIA No.06,
ALIANZA DE CAMIONEROS

ASIGNATURA: Álgebra Avanzada	LISTA DE COTEJO Bloque 1 ADA1	Nombre de Evidencia: ADA 1 Valor: 8%
Nombre(s):	GRADO y GRUPO:	FECHA:

Elemento	Valor en pts.	Valor alcanzados	Observaciones
-Entrega en tiempo y forma junto con la lista de cotejo.	0.5		Menos 20% del valor total del ADA por entregar fuera de tiempo
-Los ejercicios son claros y legibles			
Contenido			
Factoriza correctamente cada una de las expresiones dadas, describiendo el procedimiento completo seguido. 0.5 c/u	7		
Participación y actitudes			
Demuestran una actitud positiva con el profesor y sus compañeros.	0.5		*En caso de plagio total o parcial se anulará. Quedando una calificación de CERO para esta ADA
Total	8		

SEMANA 2 – 4 SEP a 8 SEP

Sesión 1

Descomposición en factores de la diferencia de dos cuadrados

Se llama diferencia de cuadrados al binomio conformado por dos términos a los que se les puede sacar raíz cuadrada exacta.

Al estudiar los productos notables teníamos que:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

En donde el resultado es una diferencia de cuadrados. Para esta sección, tomaremos el caso contrario:

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

Donde siempre la diferencia de cuadrados es igual al producto de la suma por la diferencia de sus bases.

Ejemplo: Factorizar $4a^4x^6 - 25b^6y^4$

Solución:

Primero obtenemos la raíz cuadrada de cada uno de sus términos

$$\sqrt{4a^4x^6} = 2a^2x^3 \qquad \sqrt{25b^6y^4} = 5b^3y^2$$

Entonces:

$$4a^4x^6 - 25b^6y^4 = (2a^2x^3 + 5b^3y^2)(2a^2x^3 - 5b^3y^2)$$

Descomposición en factores de la diferencia o suma de cubos

La suma de dos cubos perfectos (raíz cúbica exacta) se descompone en dos factores, el primero es la suma de sus raíces cúbicas, y el segundo se compone del cuadrado de la primera raíz menos el producto de ambas raíces más el cuadrado de la segunda raíz.

La diferencia de dos cubos perfectos (raíz cúbica exacta) se descompone en dos factores, el primero es la diferencia de sus raíces cúbicas, y el segundo se compone del cuadrado de la primera raíz más el producto de ambas raíces más el cuadrado de la segunda raíz.

SEMANA 2 – 4 SEP a 8 SEP

De modo que:

$$(a^3 \pm b^3) = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

Ejemplo: Factorizar $8x^3 - 64y^3$

Solución:

Primero obtenemos las raíces cúbicas de cada término

$$\sqrt[3]{8x^3} = 2x \qquad \sqrt[3]{64y^3} = 4y$$

Entonces:

$$8x^3 - 64y^3 = (2x - 4y)(4x^2 + 8xy + 16y^2)$$

Sesión 2

Factorización de la suma o diferencia de dos potencias iguales $(\boldsymbol{a^n + b^n})$ o $(\boldsymbol{a^n - b^n})$

Hasta ahora hemos estudiado la suma y diferencia de cuadrados y cubos. En esta sección se generalizará el procedimiento para cualquier potencia.

-Suma de potencias iguales (únicamente cuando n es impar)

$$(a^n + b^n) = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-2}b^2 - \cdots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$$

-Diferencia de potencias iguales (para cualquier potencia)

$$(a^n - b^n) = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-2}b^2 + \cdots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

-Diferencia de potencias iguales (únicamente cuando n es par)

$$(a^n - b^n) = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-2}b^2 - \cdots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$$

El primero y el último término del polinomio son a^{n-1} y b^{n-1} respectivamente. Los términos del polinomio restantes son productos de potencias de a y b, los exponentes de a disminuyen de 1 en 1 a partir del primer término y los exponentes de b aumentan de 1 en 1 a partir del segundo término. Los signos de los términos del polinomio se asignan de acuerdo con las siguientes reglas:

- Si $(a - b)$ es uno de los factores, los términos del polinomio son positivos.
- Si $(a + b)$ es uno de los factores, los términos del polinomio son positivos y negativos alternadamente: $+, -, +, -, + \cdots$

SEMANA 2 – 4 SEP a 8 SEP

Sesión 3

Descomposición de un polinomio en factores por el método de evaluación

El método de evaluación se utiliza para descomponer en factores polinomios de cuatro o más términos y esta. Se basa en la regla de Ruffini (división sintética). El objetivo es encontrar un binomio de la forma $(x-a)$, tal que al realizar la división del polinomio (dividendo) entre el binomio (divisor) el residuo de la división sea cero (división exacta). Así, el binomio y el cociente serán ambos factores del polinomio.

Para decidir qué valores debe tomar a consideremos los siguientes principios:

Teorema: *Un polinomio* $\boldsymbol{P(x)}$ *es divisible por* $(\boldsymbol{x-a})$ *si* $\boldsymbol{P(a)=0}$

Corolario: *Para que un polinomio sea divisible por* $(\boldsymbol{x-a})$, *es condición necesaria pero no suficiente que el término independiente del polinomio sea divisible entre* $\boldsymbol{a}$

Del corolario anterior podemos deducir que a debe ser un divisor del término independiente. Sin embargo, como la condición no es suficiente no es posible saber cuál de los divisores permite formar un binomio $(x-a)$ que divida exactamente al polinomio. Por lo que se hace necesario sustituirlos para ver cuales anulan el polinomio.

Ejemplo: Factorizar por evaluación $x^4-2x^3-5x^2-2x+24$

Solución:

El término independiente es +24 y sus divisores son: $\pm1, \pm2, \pm3, \pm4, \pm6, \pm8, \pm12, \pm24$

Ahora veamos con cuál se anula el polinomio

$P(1)=(1)^4-2(1)^3-5(1)^2-2(1)+24=16$ Por lo tanto $(x-1)$ no divide al polinomio

Probamos con los siguientes divisores hasta encontrar uno que anule al polinomio

$P(-1)=(-1)^4-2(-1)^3-5(-1)^2-2(-1)+24=24$ Por lo tanto $(x+1)$ no divide al polinomio.

$P(2)=(2)^4-2(2)^3-5(2)^2-2(2)+24=0$ Es decir, $(x-2)$ es un posible divisor del polinomio.

SEMANA 2 – 4 SEP a 8 SEP

Ahora aplicaremos la regla de Ruffini para verificar que el binomio divide exactamente al polinomio y encontrar el cociente (2° factor)

1	-2	-5	-2	24	
	2	0	-10	-24	2
1	0	-5	-12	0	

El cociente es: $x^3 - 5x - 12$

Entonces $x^4 - 2x^3 - 5x^2 - 2x + 24 = (x - 2)(x^3 - 5x - 12)$

En ocasiones la evaluación hay que realizarla en cadena hasta lograr factores irreducibles. Esto se logra mediante divisiones sintéticas sucesivas.

Ejemplo: Factorizar por evaluación $x^3 + 4x^2 + x - 6$
Solución:

El término independiente es -6 y sus divisores son: $\pm1, \pm2, \pm3 \pm 6$

Veamos que el polinomio se anula para $x = 1$

$P(-1) = (1)^3 + 4(1)^2 + (1) - 6 = 0$ entonces $(x - 1)$ divide al polinomio

Realizamos la división sintética

1	4	1	-6	
	1	5	6	1
1	5	6	0	
	-2	-6		-2
1	3	0		

El cociente es $x^2 + 5x + 6$ que no es irreducible, así que continuamos con la evaluación

$x = -2$ Anula al polinomio
$P(-2) = (-2)^2 + 5(-2) + 6 = 0$ Entonces $(x + 2)$ divide a $x^2 + 5x + 6$

El cociente de la segunda división es $x - 3$
Que es un binomio irreducible.

Entonces: $x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x - 1)(x + 2)(x + 3).$

Sesión 4

I. Realiza la actividad de aprendizaje 2

SEMANA 2 – 4 SEP a 8 SEP

Actividad de aprendizaje 2

Aprendizajes esperados:
A.E.1 Identifica y opera los diversos tipos de factorizaciones.
Atributos de las competencias genéricas:
4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
Competencias disciplinares:
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.

I. Subraya la respuesta correcta

1. Método de factorización utilizado cuando se tienen dos términos con raíces cuadradas exactas separados por un signo negativo.

A) Diferencia de cuadrados B) Factor común C) Factor común por agrupación D) Binomio cuadrado perfecto

2. Método de factorización utilizado cuándo todos los términos de un polinomio son divisibles entre una misma expresión.

A) Evaluación B) Factor común C) Potencias iguales D) Diferencia de cuadrados

3. Método de factorización que se basa en la regla de Ruffini de división sintética.

A) Evaluación B) Factor común C) Potencias iguales D) Diferencia de cuadrados

4. Método por el cual se puede factorizar la expresión $x^2 - 784$

A) Factor común B) Factor común por agrupamiento C) Diferencia de potencias iguales D) Binomio al cuadrado

SEMANA 2 – 4 SEP a 8 SEP

I. En binas realicen la factorización de las siguientes expresiones. Describan el procedimiento seguido.

a) $36 - b^2$

b) $a^2b^2 - 100$

c) $u^4 - \frac{9}{25}$

d) $a^3b^6 + 27c^6d^3$

e) $1 - 128a^7$

f) $a^3 - 3a^2 - 4a + 12$

g) $6x^3 + 23x^2 + 9x - 18$

h) $8a^4 - 18a^3 - 75a^2 + 46a + 120$

i) $x^6 + 6x^5 + 4x^4 - 42x^3 - 113x^2 - 108x - 36$

Videos complementarios

Suma o diferencia de potencias iguales

Método de evaluación

Actividad de Reforzamiento: Realiza el reforzamiento correspondiente a esta ADA en la clase de Álgebra Avanzada en la plataforma Classroom.

SEMANA 2 – 4 SEP a 8 SEP

DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR
DEPARTAMENTO DE SERVICIOS EDUCATIVOS
ESCUELA PREPARATORIA No.06,
ALIANZA DE CAMIONEROS

ASIGNATURA: Álgebra Avanzada	LISTA DE COTEJO Bloque 1 ADA2	Nombre de Evidencia: ADA 2 Valor: 8%
Nombre(s):	GRADO y GRUPO:	FECHA:

Elemento	Valor en pts.	Valor alcanzados	Observaciones
-Entrega en tiempo y forma junto con la lista de cotejo.	0.3		Menos 20% del valor total del ADA por entregar fuera de tiempo
-Los ejercicios son claros y legibles			
Contenido			
Parte I – Responde correctamente cada reactivo. (0.3 c/u)	1.2		
Factoriza correctamente cada una de las expresiones dadas, describiendo el procedimiento completo seguido. 0.7 c/u	6.3		
Participación y actitudes			
Demuestran una actitud positiva con el profesor y sus compañeros.	0.2		*En caso de plagio total o parcial se anulará. Quedando una calificación de CERO para esta ADA
Total	8		

SEMANA 3 – 11 SEP a 15 SEP

Sesión 1

Matrices

Una empresa que fabrica televisores produce tres modelos con distintas características en tres tamaños diferentes. La capacidad de producción mensual (en miles) de una de sus plantas es la siguiente:

Tamaño \ Modelo	I	II	III
24″	5	3	2
32″	7	4	5
40″	10	8	4

La tabla anterior puede ser abreviada de la siguiente manera

$$\begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 \\ 7 & 4 & 5 \\ 10 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

A este arreglo rectangular de números se le llama comúnmente matriz. Donde cada fila corresponde a los totales de televisores producidos de cada tamaño por cada modelo. Y cada columna contiene el total de televisores de cada modelo por tamaño. Por ejemplo, los elementos de la primera columna indican que de produjeron 5, 7 y 10 mil televisores de modelo I de 24, 32 y 40 pulgadas respectivamente.

Una matriz es una tabla ordenada de escalares (a_{ij}) de la forma

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

La matriz anterior se denota también por (a_{ij}), $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$, o simplemente por (a_{ij}). Donde m representa el número de filas y n el número de columnas. De ese modo el elemento a_{ij} es el que aparece en la *i-ésima* fila y en la columna *j-ésima*.

Una matriz con m filas y n columnas se denomina matriz de $m \times n$ y representa la dimensión y forma de la matriz.

Las matrices se denotarán usualmente por las letras mayúsculas A, B, C ..., y sus elementos por las letras minúsculas a, b, c ..., .

SEMANA 3 – 11 SEP a 15 SEP

Equivalencia de matrices por filas. Operaciones elementales entre filas

Se dice que una matriz a es *equivalente por filas* a otra B, escrito $A \sim B$, si B puede obtenerse a partir de A mediante la realización de las siguientes operaciones, llamadas *operaciones elementales entre filas.*

- Intercambiar filas
- Multiplicar una fila por un escalar no nulo.
- Sumar o restar a una fila el múltiplo de otra

Como podrás observar existen similitudes entre las operaciones anteriores y las utilizadas para resolver sistemas de ecuaciones lineales.

Sesión 2

Forma escalonada de una matriz

Diremos que una matriz **tiene forma escalonada** si se cumplen las siguientes condiciones

- Si hay filas de ceros (filas nulas), son las últimas.
- El primer elemento no nulo de la primera fila (de izquierda a derecha) de la fila, sólo tiene elementos nulos debajo (a no ser que la matriz sea una única fila). Al primer elemento no nulo de la fila *i* se le llama **elemento principal** (o **pivote**) de la fila *i*.

Por ejemplo:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

La matriz A es una matriz escalonada, 2 es el pivote de la fila 1.

Toda matriz es equivalente a al menos una matriz en forma escalonada.

Forma escalonada reducida (canónica) de una matriz

Diremos que una matriz tiene **forma escalonada reducida** si:

- Tiene forma escalonada
- Cada entrada principal (pivote) es 1
- Cada entrada principal no nula es la única distinta de cero en su columna.

Ejemplo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

TODA matriz *A* es **equivalente** a una **ÚNICA** matriz en forma escalonada reducida.

SEMANA 3 – 11 SEP a 15 SEP

La forma escalonada de una matriz se puede obtener mediante operaciones elementales renglones (filas).

Ejemplo: Reducir la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 2 & 4 & -2 & 2 \\ 3 & 6 & -4 & 3 \end{pmatrix}$ a su forma escalonada.

El objetivo es dejar ceros debajo de cada pivote

Entonces primero restamos a la fila 2 el doble de la fila 1

$$F_2 - 2F_1 \longrightarrow F_2 \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \\ 3 & 6 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

Ahora restamos a la fila 3 el triple de la fila 1

$$F_3 - 3F_1 \longrightarrow F_3 \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

Multiplicamos la fila 3 por 4 y le restamos 5 veces la fila 2

$$4F_3 - 5F_1 \longrightarrow F_3 \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

La matriz está ahora de forma escalonada.

Sesión 3

Tipos de matrices.

Además de las matrices escalonadas, existen otros tipos de matrices. A continuación, se describen algunas de ellas:

Tipo de matriz	Descripción	Ejemplos
Matriz elemento	Es una matriz de dimensión 1×1	$[-4]$
Matriz vector fila	Es una matriz de dimensión $1 \times p$	$[1 \quad 0 \quad -2]$
Matriz vector columna	Es una matriz de dimensión $p \times 1$	$\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$
Matriz cuadrada	Matriz que tiene igual número de filas que de columnas. Es decir, es de dimensión $n \times n$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 6 \\ 4 & 4 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 3 & 7 \end{bmatrix}$

SEMANA 3 – 11 SEP a 15 SEP

Matriz rectangular	Matriz en la que el número de filas es diferente del número de columnas. Es decir, su dimensión es $m \times n$, con $m \neq n$.	$\begin{bmatrix} 1 & 4 & -2 & 0 \\ 4 & 5 & -1 & 3 \end{bmatrix}$
Matriz diagonal	Matriz cuadrada en la que, los elementos que no estén en la diagonal principal son iguales a 0; y los elementos de la diagonal principal pueden ser cero o no.	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$
Matriz escalar	Matriz diagonal en la que todos los elementos de la diagonal principal tienen el mismo valor.	$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}$
Matriz identidad	Matriz escalar en la que todos los elementos de la diagonal principal son 1's. Se denota como I_n, donde n representa la dimensión u orden de la matriz.	$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $I_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
Matriz triangular	Matriz cuadrada cuyos elementos por encima o por debajo de su diagonal principal son cero. Será **triangular superior** cuando los elementos debajo de su diagonal principal son cero. Será **triangular inferior** cuando los elementos encima de su diagonal principal son cero.	$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 2 & 7 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$
Matriz simétrica	Matriz cuadrada en la que para toda i y j , se cumple que $a_{i,j} = a_{j,i}$, es decir, es simétrica respecto a su diagonal principal. Además, también cumple con la propiedad de ser igual a su transpuesta $A = A^T$	$\begin{bmatrix} 8 & -1 & 3 \\ -1 & 7 & 5 \\ 3 & 5 & 2 \end{bmatrix}$
Matriz antisimétrica	Matriz cuadrada en la que para toda i y j , se cumple que $a_{i,j} = -a_{j,i}$, y los elementos de su diagonal principal son todos cero. Además, su transpuesta es igual a su negativa. $-A = A^T$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 \\ -1 & 0 & -5 \\ 3 & 5 & 0 \end{bmatrix}$

Sesión 4

I. Realiza la actividad de aprendizaje 3

SEMANA 3 – 11 SEP a 15 SEP

Actividad de aprendizaje 3

Aprendizajes esperados:
A.E.2 Utiliza los métodos de Gauss y GaussJordan para solucionar sistema de ecuaciones.
Atributos de las competencias genéricas:
4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
Competencias disciplinares:
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.

I. Completa la siguiente tabla según las características de cada una de las matrices colocando una ✓ donde corresponda.

Matriz	Es cuadrada	Es diagonal	Es triangular	Es simétrica	Es antisimétrica	Es escalar	Es escalonada
$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$							
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$							
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$							
$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$							
$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$							
$\begin{pmatrix} -3 & 4 & 4 & -3 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ -4 & -3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$							
$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$							
$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$							

SEMANA 3 – 11 SEP a 15 SEP

II. Determina el tamaño de las siguientes matrices.

a) $A = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$

b) $B = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 6 \\ 0 & -6 & 8 \\ 2 & 1 & 7 \end{pmatrix}$

c) $C = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 8 & -1 \\ 1 & 9 & 0 & -6 \end{bmatrix}$

d) $D = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -6 & 4 \\ 7 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

e) $E = \begin{bmatrix} 34 & 51 & -12 & 81 \end{bmatrix}$

f) $F = [-5]$

III. Determina los elementos siguientes, correspondientes a las matrices anteriores.

$a_{1,1} =$

$a_{3,1} =$

$b_{3,2} =$

$b_{2,2} =$

$c_{2,1} =$

$c_{1,2} =$

$d_{1,3} =$

$d_{1,1} =$

$e_{2,3} =$

$e_{1,3} =$

$f_{1,1} =$

$f_{1,2} =$

IV. Construir la matriz (a_{ij}) de 2×4 tal que $a_{ij} = i + j$

Videos complementarios

Elementos de matrices

Reducción de matrices

VI. Construir una matriz (b_{ij}) de 4×3 tal que $b_{ij} = 2i - j^2$

V. Reducir por filas a su forma escalonada las siguientes matrices.

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 2 & 4 & -2 & 2 \\ 3 & 6 & -4 & 3 \end{pmatrix}$

b) $B = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -6 \\ 1 & 2 & -5 \\ 6 & 3 & -4 \end{pmatrix}$

c) $C = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 & 1 \\ -3 & 6 & 0 & -1 \\ 1 & -7 & 10 & 2 \end{pmatrix}$

SEMANA 3 – 11 SEP a 15 SEP

Actividad de Reforzamiento: Responde las prácticas contenidas en los siguientes links:

- ✓ https://es.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-matrices/alg-intro-to-matrices/e/matrix_dimensions?modal=1
- ✓ https://es.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-matrices/alg-intro-to-matrices/e/understand-matrix-coordinates?modal=1
- ✓ https://es.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-matrices/alg-elementary-matrix-row-operations/e/perform-elementary-matrix-row-operations?modal=1

Juntos transformemos Yucatán GOBIERNO ESTATAL 2018 - 2024 SEGEY SECRETARÍA DE EDUCACIÓN

DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR
DEPARTAMENTO DE SERVICIOS EDUCATIVOS
ESCUELA PREPARATORIA No.06,
ALIANZA DE CAMIONEROS

ASIGNATURA: Álgebra Avanzada	LISTA DE COTEJO Bloque 1 ADA3	Nombre de Evidencia: ADA 3 Valor: 8%	
Nombre(s):	GRADO y GRUPO:		FECHA:

Elemento	Valor en pts.	Valor alcanzados	Observaciones
-Entrega en tiempo y forma junto con la lista de cotejo.	0.4		Menos 20% del valor total del ADA por entregar fuera de tiempo
-Los ejercicios son claros y legibles			
Contenido			
I. Clasifica correctamente cada una de las matrices (0.2 c/u)	1.6		
I. Determina correctamente la dimensión de las matrices dadas. (0.1 c/u)	0.6		
II. Determina correctamente el elemento solicitado (0.1 c/u)	1.2		
III. La matriz cumple con la condición dada	0.5		
IV. La matriz cumple con la condición dada	0.5		
V. Desarrolla correctamente el proceso para llegar a la forma escalonada (1 pto. c/u)	3		
Participación y actitudes			
Demuestran una actitud positiva con el profesor y sus compañeros.	0.2		*En caso de plagio total o parcial se anulará. Quedando una calificación de CERO para esta ADA
Total	8		

SEMANA 4 – 18 SEP a 22 SEP

Sesión 1

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales

El método de Gauss

Consideremos el siguiente ejemplo:

Hallar el número de tres cifras que satisface las siguientes condiciones: La cifra de las centenas más el doble de la cifra de las decenas es igual al triple de la cifra de las unidades, más uno. La suma de las tres cifras del número es igual a 17. El triple de la cifra de las decenas menos la cifra de las unidades más la cifra de las centenas es igual a 21.

Identificamos que el problema tiene 3 incógnitas:

x= cifra de las unidades

y=cifra de las decenas

z = Cifra de las centenas

Las cuales quedan relacionadas de la siguiente manera.

$$
\begin{gathered}
z + 2y = 3x + 1 \\
x + y + z = 17 \\
3y - x + z = 21
\end{gathered}
$$

Ordenando las ecuaciones:

$$
\begin{gathered}
-3x + 2y + z = 1 \\
x + y + z = 17 \\
-x + 3y + z = 21
\end{gathered}
$$

Podemos observar que el sistema del problema anterior es de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas.

Resolver un sistema consiste en encontrar los valores de **todas** las incógnitas. Los sistemas lineales que tienen solución se llaman **consistentes.** Si la solución es única el sistema es **consistente determinado** y si el sistema tiene infinitas soluciones es **consistente indeterminado.** En el ejemplo el sistema es consistente determinado.

Ahora, si el sistema de ecuaciones lineales no tiene solución, es llamado sistema **inconsistente**

Todo sistema de m ecuaciones con n incógnitas puede ser representado mediante una matriz M llamada **matriz aumentada**.

En el ejemplo anterior la matriz aumentada que representa al sistema de ecuaciones es:

$$
\left(\begin{array}{ccc|c}
-3 & 2 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 17 \\
-1 & 3 & 1 & 21
\end{array}\right)
$$

SEMANA 4 – 18 SEP a 22 SEP

Como se puede observar, la matriz aumentada es la combinación de dos matrices, la matriz de coeficientes y el vector de constantes del sistema de ecuaciones lineales.

El **método de Gauss** para resolver sistemas de ecuaciones consiste en transformar un sistema de ecuaciones en otro equivalente de forma que este sea **escalonado**. Para facilitar el cálculo conviene representar el sistema como una matriz aumentada y realizar operaciones elementales fila sobre esta hasta obtener la forma escalonada.

Continuando con el ejemplo anterior se procede a reducir la matriz aumentada a su forma escalonada.

$$\begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 17 \\ -1 & 3 & 1 & 21 \end{pmatrix}$$

Primero intercambiamos la fila 1 con la fila 2

$$\begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 17 \\ -1 & 3 & 1 & 21 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 17 \\ -3 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 21 \end{pmatrix}$$

Efectuamos las siguientes operaciones $F_2 + 3F_1 \to F_2$ y $F_3 + F_1 \to F_3$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 17 \\ -3 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 21 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 17 \\ 0 & 5 & 4 & 52 \\ 0 & 4 & 2 & 38 \end{pmatrix}$$

Realizamos $5F_3 - 4F_2 \to F_3$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 17 \\ 0 & 5 & 4 & 52 \\ 0 & 4 & 2 & 38 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 17 \\ 0 & 5 & 4 & 52 \\ 0 & 0 & -6 & -18 \end{pmatrix}$$

Se ha llevado la matriz a su forma escalonada, que representa el sistema de ecuaciones equivalente escalonado:

$$x + y + z = 17 \qquad (1)$$
$$5y + 4z = 52 \qquad (2)$$
$$-6z = -18 \qquad (3)$$

Ahora podemos determinar las soluciones, por sustitución hacia "arriba".

$$-6z = -18$$
$$z = \frac{-18}{-6} = 3$$

SEMANA 4 – 18 SEP a 22 SEP

Sustituyendo en (2)

$$5y + 4(3) = 52$$
$$5y = 52 - 12 = 40$$
$$y = \frac{40}{5} = 8$$

Sustituyendo en (1)

$$x + 8 + 3 = 17$$
$$x = 17 - 8 - 3 = 6$$

Las soluciones son: $x = 6, y = 8\ , z = 3$

Es decir, el número buscado es **386.**

Sesión 2

El método de Gauss-Jordan

A continuación, resolveremos un problema para ejemplificar la resolución de sistemas de ecuaciones lineales mediante el método de Gauss-Jordan.

Calcular la ecuación de un círculo que pasa por los puntos $(5,1), (-1,1), (7,-3)$.

Sabemos que la ecuación de la circunferencia se puede expresar como:

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Y como los tres puntos están en la circunferencia, satisfacen la ecuación de la misma:

Para el punto (5,1): $(5)^2 + (1)^2 + D(5) + E(1) + F = 0 \quad \rightarrow \quad 5D + E + F = -26$

Para el punto (-1,1): $(-1)^2 + (1)^2 + D(1) + E(1) + F = 0 \quad \rightarrow \quad -D + E + F = -2$

Para el punto (7,-3): $(7)^2 + (-3)^2 + D(7) + E(-3) + F = 0 \quad \rightarrow \quad 7D - 3E + F = -58$

Del sistema obtenido obtenemos la matriz aumentada:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 1 & 1 & -26 \\ -1 & 1 & 1 & -2 \\ 7 & -3 & 1 & -58 \end{array}\right)$$

Aplicando operaciones con filas reduciremos a la matriz a su forma escalonada reducida (canónica), de manera que el lado izquierdo quede como una matriz identidad.
Intercambiamos la fila 2 con la fila 1

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & 1 & -26 \\ -1 & 1 & 1 & -2 \\ 7 & -3 & 1 & -58 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & -2 \\ 5 & 1 & 1 & -26 \\ 7 & -3 & 1 & -58 \end{pmatrix}$$

SEMANA 4 – 18 SEP a 22 SEP

Multiplicamos F_1 por -1

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & -2 \\ 5 & 1 & 1 & -26 \\ 7 & -3 & 1 & -58 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 2 \\ 5 & 1 & 1 & -26 \\ 7 & -3 & 1 & -58 \end{pmatrix}$$

Realizamos $F_2 - 5F_1 \to F_2$ y $F_3 - 7F_1 \to F_3$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 2 \\ 5 & 1 & 1 & -26 \\ 7 & -3 & 1 & -58 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 2 \\ 0 & 6 & 6 & -36 \\ 0 & 4 & 8 & -72 \end{pmatrix}$$

Se multiplica F_2 por $\frac{1}{6}$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 2 \\ 0 & 6 & 6 & -36 \\ 0 & 4 & 8 & -72 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & -6 \\ 0 & 4 & 8 & -72 \end{pmatrix}$$

Ahora realizamos $F_1 + F_2 \to F_1$ y $F_3 - 4F_2 \to F_3$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & -6 \\ 0 & 4 & 8 & -72 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 4 & -48 \end{pmatrix}$$

Multiplicamos F_3 por $\frac{1}{4}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 4 & -48 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 1 & -12 \end{pmatrix}$$

Por último, realizamos $F_2 - F_3 \to F_2$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 1 & -12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & -12 \end{pmatrix}$$

Hemos reducido la matriz a su forma escalonada reducida. Por lo tanto, el sistema asociado a esta matriz es el siguiente:

$$D = -4$$

$$E = 6$$

$$F = -12$$

La ecuación de la circunferencia buscada es $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$

SEMANA 4 – 18 SEP a 22 SEP

El método de Gauss-Jordan consiste en efectuar operaciones con las filas de la matriz aumentada de un sistema, para intentar transformar el lado izquierdo en una matriz identidad, obteniendo un nuevo sistema equivalente cuya solución se extrae de forma directa.

Cuando no es posible obtener la matriz identidad del lado izquierdo, el sistema no tiene solución o tiene infinitas soluciones.

Por ejemplo, si al efectuar operaciones con filas obtenemos una matriz como la siguiente, El sistema no tiene solución

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & -5 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{array}\right)$$

Por otro lado, si se llega a una matriz como la siguiente:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & -5 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

El sistema tiene infinitas soluciones.

Sesión 3 y 4

I. Realiza la actividad de aprendizaje 4

SEMANA 4 – 18 SEP a 22 SEP

Actividad de aprendizaje 4

Aprendizajes esperados:
A.E.2 Utiliza los métodos de Gauss y GaussJordan para solucionar sistema de ecuaciones.
Atributos de las competencias genéricas:
4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
Competencias disciplinares:
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.

I. Determina si los siguientes sistemas de ecuaciones son consistentes determinados (CD), consistentes indeterminados (CI) o Inconsistentes (I).

a) $x + y = 22$
$x - 2y = 1$

b) $3x + 2y = 16$
$9x + 6y = 8$

c) $4x + 3y = 40$
$6x + 7y = 100$

d) $6x + 5y = 16$
$12x + 10y = 32$

e) $2x + 7 = 7$
$4x + 2y = 14$

II. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por cualquiera de los métodos abordados en el bloque.

a) $x + y + z = 12$
$2x - y + z = 7$
$x + 2y - z = 6$

b) $x + 2y - z = 0$
$3x - 3y + 2z = 0$
$x + 11y - 6z = 0$

c) $4y + 2x + 3z = 3$
$10x - 9z + 8y = 0$
$4x + 4y - 2 = 3z$

d) $x + 2y + 3z + 4w = 0$
$3y + 2z + w = 6$
$-2x + 3y - w = 16$
$y + z - w = 0$

Videos complementarios

Sistema 3x3

SEMANA 4 – 18 SEP a 22 SEP

III. Resuelve los siguientes problemas utilizando el método de Gauss o Gauss-Jordan

a) Carlos tiene \$750 en billetes de \$20, \$50 y \$100. En total posee 15 billetes. El número de billetes de \$20 más el número de billetes de \$50 exceden en 6 unidades al doble del número de billetes de \$100. ¿Cuántos billetes de cada denominación tiene Carlos?

b) El papá de José paga mensualmente \$1450 correspondientes a la colegiatura, dentista y natación. El pago del dentista más natación es de \$555. El pago de las colegiaturas más el del dentista es de \$1155 ¿Cuál es el pago mensual correspondiente a cada uno de los conceptos?

IV. Usa la aplicación MatrixApp para comprobar tus resultados.

Actividad de Reforzamiento: Responde las prácticas contenidas en los siguientes links:

- ✓ https://es.khanacademy.org/math/precalculus/x9e81a4f98389efdf:matrices/x9e81a4f98389efdf:elementary-matrix-row-operations/e/perform-elementary-matrix-row-operations
- ✓ https://es.khanacademy.org/math/precalculus/x9e81a4f98389efdf:matrices/x9e81a4f98389efdf:representing-systems-with-matrices/e/represent-systems-with-matrices

Juntos transformemos Yucatán GOBIERNO ESTATAL 2018 - 2024 | SEGEY SECRETARÍA DE EDUCACIÓN

DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR
DEPARTAMENTO DE SERVICIOS EDUCATIVOS
ESCUELA PREPARATORIA No.06,
ALIANZA DE CAMIONEROS

ASIGNATURA: Álgebra Avanzada	LISTA DE COTEJO Bloque 1 ADA4	Nombre de Evidencia: ADA 4 Valor: 8%
Nombre(s):	GRADO y GRUPO:	FECHA:

Elemento	Valor en pts.	Valor alcanzado	Observaciones
-Entrega en tiempo y forma junto con la lista de cotejo.	0.6		Menos 20% del valor total del ADA por entregar fuera de tiempo
-Los ejercicios son claros y legibles			
Contenido			
Parte I. Identifica correctamente los sistemas de ecuaciones según sus soluciones. Incluye explicación o justificación 0.1 c/u	0.5		
Parte II. Resuelve correctamente los sistemas. Obtiene todas las soluciones mediante el método de Gauss o Gauss-Jordan 1 c/u	4		
Parte III Resuelve correctamente los problemas, plantea el sistema de ecuaciones correspondiente y da solución. 1.2 c/u	2.4		
Participación y actitudes			
Demuestran una actitud positiva con el profesor y sus compañeros.	0.5		*En caso de plagio total o parcial se anulará. Quedando calificación de CERO para esta ADA
Total	8		

SEMANA 5 – 25 SEP a 29 SEP

Sesión 1

Suma, multiplicación escalar y multiplicación de matrices.

El desarrollo de una teoría algebraica de matrices se inicia al definir el concepto de igualdad de matrices.

Se dice que dos matrices A y B son **iguales** si son del mismo tamaño y sus elementos correspondientes son iguales. Es decir, $A = B$ si $a_{ij} = b_{ij}$

Suma de matrices

Sean A y B matrices del mismo tamaño. La **suma** de $A + B$ es la matriz que se obtiene al sumar elementos correspondientes de A y B. Esta matriz $A + B$ será del mismo tamaño que las matrices A y B. Si A y B no son del mismo tamaño, no se puede sumar, y se dice que **la suma no existe**.

Entonces, si

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \dots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & \dots & a_{2n} + b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} & \dots & a_{mn} + b_{mn} \end{pmatrix}$$

Ejemplo: Sean $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -6 \\ -3 & 1 & 8 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$. Calcular $A + B$ y $A + C$

Solución:

A y B son matrices de 2×3, son del mismo tamaño. La suma existe y será una matriz de 2×3. Al sumar los elementos correspondientes obtenemos:

$$A + B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 5 & -6 \\ -3 & 1 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+2 & 4+5 & 7-6 \\ 0-3 & -2+1 & 3+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 1 \\ -3 & -1 & 11 \end{pmatrix}$$

A es una matriz de 2×3, mientras que C es una matriz de 2×2. A y C no son del mismo tamaño. Por tanto, $A + C$ no existe.

SEMANA 5 – 25 SEP a 29 SEP

Multiplicación por un escalar

Cuando se trabaja con matrices, se acostumbra a referirse a los números como escalares. Se usarán letras mayúsculas para denotar matrices y letras minúsculas para denotar escalares.

Sea A una matriz y c un escalar. La **multiplicación escalar** de A por c, que se denota Ac, es la matriz que se obtiene al multiplicar cada uno de los elementos de A por c. La matriz cA será del mismo tamaño que la matriz A.

Entonces, si $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$ $cA = \begin{pmatrix} c \cdot a_{11} & c \cdot a_{12} & \dots & c \cdot a_{1n} \\ c \cdot a_{21} & c \cdot a_{22} & \dots & c \cdot a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c \cdot a_{m1} & c \cdot a_{m2} & \dots & c \cdot a_{mn} \end{pmatrix}$

Ejemplo: Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & -6 \end{pmatrix}$. Calcular $3A$

Solución:

$$3A = \begin{pmatrix} 3 \cdot 1 & 3 \cdot (-2) & 3 \cdot 3 \\ 3 \cdot 4 & 3 \cdot 5 & 3 \cdot (-6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -6 & 9 \\ 12 & 15 & -18 \end{pmatrix}.$$

Sesión 2

Multiplicación de matrices

Se han dado reglas para sumar matrices y para multiplicar matrices por un escalar. Ahora se tratará la multiplicación de matrices.

Sean A y B matrices tales que el número de columnas de A coincide con el número de filas de B; es decir, A es una matriz de $m \times p$ y B una matriz de $p \times n$. Entonces la **multiplicación** AB es una matriz de $m \times n$ cuyo elemento ij se obtiene al multiplicar elementos correspondientes del renglón i de A y de la columna j de B, y sumando los productos.
Entonces, si

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mp} \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{p1} & b_{p2} & \dots & b_{pn} \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mn} \end{pmatrix}$$

SEMANA 5 – 25 SEP a 29 SEP

Donde:

$$c_{11} = a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21} + \cdots + a_{1p} \cdot b_{p1}$$

$$c_{21} = a_{21} \cdot b_{11} + a_{22} \cdot b_{21} + \cdots + a_{2p} \cdot b_{p1}$$

$$c_{m1} = a_{m1} \cdot b_{11} + a_{m2} \cdot b_{21} + \cdots + a_{mp} \cdot b_{p1}$$

$$\vdots$$

$$c_{ij} = a_{i1} \cdot b_{1j} + a_{i2} \cdot b_{2j} + \cdots + a_{ip} \cdot b_{pj} = \sum_{k=1}^{p} a_{ik} \cdot b_{kj}$$

Si el número de columnas de A no es igual al número de filas de B, se dice que **el producto no existe.**

Como habrás notado la multiplicación de matrices es algo complicada. Por esta razón comenzaremos por un ejemplo simple.

Ejemplo 1: Sean $A = \begin{pmatrix} 8 & -4 & 5 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$. Calcular AB

Solución: A es una matriz de 1×3 y B es una matriz de 3×1. De acuerdo con la definición la multiplicación, AB existe y es una matriz de 1×1. Es decir, es un número escalar.

$$AB = \begin{pmatrix} 8 & -4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \big(8 \cdot 3 + (-4) \cdot 2 + 5 \cdot (-1)\big) = (24 - 8 - 5) = (11)$$

Ejemplo 2: Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 6 \end{pmatrix}$. Calcular AB y BA

Solución: A es una matriz de 2×2 y B es una matriz de 2×3. De acuerdo con la definición la multiplicación AB existe y es una matriz de 2×3.

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$= \left(\begin{array}{c:c:c} \begin{pmatrix} 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix} \\ \hdashline \begin{pmatrix} 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix} \end{array}\right)$$

1er fila de A por cada columna de B

2ª fila de A por cada columna de B

$$= \begin{pmatrix} (1 \cdot 5) + (3 \cdot 3) & (1 \cdot 0) + (3 \cdot (-2)) & (1 \cdot 1) + (3 \cdot 6) \\ (2 \cdot 5) + (0 \cdot 3) & (2 \cdot 0) + (0 \cdot (-2)) & (2 \cdot 1) + (0 \cdot 6) \end{pmatrix}$$

SEMANA 5 – 25 SEP a 29 SEP

$$= \begin{pmatrix} (5+9) & (0+(-6) & (1+18) \\ (10+0) & (0+0) & (2+0) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 14 & -6 & 19 \\ 10 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Ahora calculemos BA. B es una matriz de 2×3 y A es una matriz de 2×2. El número de columnas de B no coincide con el número de filas de A, por lo tanto, el producto BA no existe.

En el ejemplo anterior AB pero BA no existe. Por lo que el orden en que se multiplican las matrices es importante.

A diferencia de la multiplicación de números reales, la multiplicación de matrices no es conmutativa. Es decir, dadas dos matrices A y B, $AB \neq BA$. (En muy raros casos pueden ser iguales)

Una matriz de "orden n", es una matriz cuadrada de dimensión nxn. Por ejemplo, la matriz:
$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ es una matriz de orden 3

Sesión 3

Inversa de una matriz

Una matriz A de orden n es invertible si existe otra matriz de orden n, llamada la inversa de A y que se representa como A^{-1} que cumple que:

$$\boldsymbol{A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I_n}$$

Una matriz regular es una matriz para la cual existe su inversa. Es decir, una matriz regular es una matriz invertible.

Donde I_n es la matriz identidad de orden n, y el producto utilizado es el producto usual de matrices abordado en la sección anterior.

Uno de los métodos para obtener la inversa de una matriz es el método de Gauss, que describe un proceso similar al aplicado en la resolución de sistemas de ecuaciones. Consiste en realizar operaciones fila en una matriz por bloques formada por una matriz A dada y la matriz identidad.

Inversa mediante gauss

Dada una matriz A, cuadrada de dimensión nxn y **regular**, definimos la matriz por bloques formada por la matriz A y la matriz I_n (matriz identidad de orden n):

$$G = (A|I_n)$$

SEMANA 5 – 25 SEP a 29 SEP

Por ejemplo, si A es de dimensión 2×2,

$$G = \left(\begin{matrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{matrix}\middle| \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}\right)$$

Y si es de 3×3,

$$G = \left(\begin{matrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} \end{matrix}\middle| \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}\right)$$

Para calcular la matriz inversa de A, se realizan operaciones elementales fila hasta conseguir la matriz identidad en el bloque izquierdo de la matriz G, es decir,

$$(I_n|B)$$

Al terminar las operaciones, la matriz identidad que había en el lado derecho se ha transformado en otra matriz B. Esta matriz B es precisamente la matriz inversa de A.

Ejemplo:
Calcular la matriz inversa de A mediante Gauss

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Construimos la matriz por bloques

$$\left(\begin{matrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}\middle| \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}\right)$$

Hacemos operaciones fila hasta conseguir la identidad en el lado izquierdo

$$\left(\begin{matrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}\middle| \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}\right) F_2 - 2F_1 \to F_2 \left(\begin{matrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}\middle| \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}\right)$$

$$F_1 + 2F_2 \to F_1 \left(\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}\middle| \begin{matrix} -3 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}\right) - 1F_2 \to F_2 \left(\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}\middle| \begin{matrix} -3 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}\right)$$

Entonces

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Se puede comprobar haciendo el producto de A con A^{-1}. El producto debe dar como resultado I_3.

SEMANA 5 – 25 SEP a 29 SEP

Comprobemos.

$$A \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} (1\cdot -3)+(2\cdot 2)+(0\cdot 0) & (1\cdot 2)+(2\cdot -1)+(0\cdot 0) & (1\cdot 0)+(2\cdot 0)+(0\cdot 1) \\ (2\cdot -3)+(3\cdot 2)+(0\cdot 0) & (2\cdot 2)+(3\cdot -1)+(0\cdot 0) & (2\cdot 0)+(3\cdot 0)+(0\cdot 1) \\ (0\cdot -3)+(0\cdot 2)+(1\cdot 0) & (0\cdot 2)+(0\cdot -1)+(1\cdot 0) & (0\cdot 0)+(0\cdot 0)+(1\cdot 1) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} (-3+4+0) & (2-2+0) & (0+0+0) \\ (-6+6+0) & (4-3+0) & (0+0+0) \\ (0+0+0) & (0+0+0) & (0+0+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Sesión 4

I. Realiza la actividad de aprendizaje 5

SEMANA 5 – 25 SEP a 29 SEP

Actividad de aprendizaje 5

Aprendizajes esperados:
A.E.3 Define que es una matriz y encuentra su inversa.
Atributos de las competencias genéricas:
4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
6.1 Elige fuentes de información más relevantes para un propósito específico y discrimina entre ellas de acuerdo a su relevancia y confiabilidad.
Competencias disciplinares:
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.

I Resuelve las siguientes operaciones

1) Sean $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -1 & 7 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 4 & 2 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}$,

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad y \quad D = \begin{pmatrix} 9 & -5 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Calcula las matrices siguientes

a) $A + B$
b) $A + D$
c) $2B$
d) $2A + B$
e) $-D$
f) $A - B$

2) Sean $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$,

$$C = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad y \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 5 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

Calcula las matrices siguientes

a) AB
b) BA
c) AC
d) AD
e) DC
f) A^2

g) $3(AC - BD)^T$

Videos complementarios

Suma y resta

Multiplicación

Inversa

SEMANA 5 – 25 SEP a 29 SEP

3) Sean $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 5 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ y $D = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

Calcula las matrices siguientes

a) $2A - 3(BC)$
b) $(AC - BD)^T$

II. Sea A una matriz de 3×5, B una matriz de 5×2, C una matriz de 3×4, D una matriz de 4×2 y E una matriz de 4×5. Determina cuáles de las siguientes expresiones matriciales existen, y si existen, indica el tamaño de la matriz resultante. (No es necesario realizar la multiplicación)

a) AB
b) EB
c) $(AC)^T$
d) $3(EB) + 4D$
e) $CD - 2(CE)B$
f) $2(EB) + DA$

III. Calcula la inversa de las siguientes matrices usando el método de Gauss-Jordan. Comprueba tus resultados

a) $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

b) $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 6 & -7 \end{pmatrix}$

c) $D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

d) $E = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

Actividad de Reforzamiento: Responde las prácticas contenidas en los siguientes links:

- ✓ https://es.khanacademy.org/math/precalculus/x9e81a4f98389efdf:matrices/x9e81a4f98389efdf:mat-intro/e/matrix_dimensions
- ✓ https://es.khanacademy.org/math/precalculus/x9e81a4f98389efdf:matrices/x9e81a4f98389efdf:mat-intro/e/understand-matrix-coordinates
- ✓ https://es.khanacademy.org/math/precalculus/x9e81a4f98389efdf:matrices/x9e81a4f98389efdf:adding-and-subtracting-matrices/e/matrix_addition_and_subtraction
- ✓ https://es.khanacademy.org/math/precalculus/x9e81a4f98389efdf:matrices/x9e81a4f98389efdf:multiplying-matrices-by-scalars/e/scalar_matrix_multiplication
- ✓ https://es.khanacademy.org/math/precalculus/x9e81a4f98389efdf:matrices/x9e81a4f98389efdf:multiplying-matrices-by-matrices/e/multiplying_a_matrix_by_a_matrix
- ✓ https://es.khanacademy.org/math/precalculus/x9e81a4f98389efdf:matrices/x9e81a4f98389efdf:practice-finding-inverses-of-2x2-matrices/e/matrix_inverse_2x2

SEMANA 5 – 25 SEP a 29 SEP

DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR
DEPARTAMENTO DE SERVICIOS EDUCATIVOS
ESCUELA PREPARATORIA No.06,
ALIANZA DE CAMIONEROS

ASIGNATURA: Álgebra Avanzada	LISTA DE COTEJO Bloque 1 ADA5		Nombre de Evidencia: ADA 5 Valor: 8%
Nombre(s):	GRADO y GRUPO:		FECHA:

Elemento	Valor en pts.	Valor alcanzados	Observaciones
-Entrega en tiempo y forma junto con la lista de cotejo.	0.4		Menos 20% del valor total del ADA por entregar fuera de tiempo
-Los ejercicios son claros y legibles			
Contenido			
Parte I. Realiza correctamente las operaciones solicitadas, justificando cada paso realizado.	4.5		
Parte II. Identifica la dimensión correcta de las matrices obtenidas de las operaciones dadas. 0.15 c/u	0.9		
Parte III. Calcula correctamente las inversas	2		
Participación y actitudes			
Demuestran una actitud positiva con el profesor y sus compañeros.	0.2		*En caso de plagio total o parcial se anulará. Quedando una calificación de CERO para esta ADA
Total	8		

SEMANA 5 – 25 SEP a 29 SEP

METACOGNICIÓN Y AUTOEVALUACIÓN

Reflexiona sobre tu desempeño durante el bloque en esta asignatura y responde las siguientes preguntas.

1. Enlista todos los aprendizajes que estás seguro adquiriste durante el bloque.

2. ¿En qué situaciones crees será de utilidad lo que has aprendido?

3. Enlista todos los aprendizajes que no estás seguro de haber logrado y describe cuales crees que fueron las causas.

4. Consideras que estás satisfecho con tu desempeño durante este bloque. ¿Por qué?

SEMANA 5 – 25 SEP a 29 SEP

5. ¿Estás conforme con la calificación obtenida en este bloque? Si la respuesta es No, ¿Cuál crees que es la calificación que debiste obtener y por qué?

6. Escribe 4 acciones de mejora que te comprometes a llevar a cabo para mejorar tu desempeño en el próximo bloque.

Ahora, reflexiona sobre el desempeño de tu maestro durante el bloque y responde lo siguiente.

1. Menciona 4 aspectos que tu maestro de Álgebra Avanzada debe mejorar, ya sea en actitud o en su forma de impartir las clases.

2. Menciona 4 aspectos positivos sobre tu maestro de Álgebra Avanzada y su forma de impartir clase que no te gustaría que cambien.

Rúbrica de evaluación						
Bloque: I				Asignatura: Álgebra Avanzada		
Criterio: Soluciona, de forma escrita, reactivos sobre factorización, matrices y sistemas de ecuaciones, argumentando sus resultados con procedimientos claros y correctos de manera colaborativa, con honestidad y responsabilidad.				Evidencia requerida: Práctica Evaluativa	Ponderación: 60%	
Indicador		**Estratégico**	**Autónomo**	**Resolutivo**	**Receptivo**	**Preformal**
Dominio de los aprendizajes, razonamiento y estrategias de resolución	Argumenta su estrategia de solución en los ejercicios de factorización, sistemas de ecuaciones y matrices, utilizando procedimientos pertinentes (25 pts.)	Resuelve correctamente del 90% al 100 % de los reactivos seleccionando las estrategias pertinentes y argumenta de forma analítica su solución para una toma de decisión mediante procedimientos, principios, teoremas o formulas, con estricto rigor matemático. Abordando correctamente los aprendizajes solicitados sobre factorización, sistemas de ecuaciones y matrices	Resuelve del 89% al 80%los reactivos y argumenta de forma analítica su solución mediante la interpretación de principios, teoremas o formulas, con estricto rigor matemático. Abordando correctamente los aprendizajes solicitados sobre factorización, sistemas de ecuaciones y matrices	Aplica las estrategias y procedimientos para resolver del 70% al 79% los reactivos y dar solución abordando los aprendizajes sobre factorización, sistemas de ecuaciones y matrices.	Describe la solución del 60% al 69 % de los reactivos mediante procedimientos o conceptos con estrategias poco pertinentes.	Responde menos del 60% de los reactivos carente de estrategias pertinentes abordando algún concepto o fórmula con ausencia de rigor matemático.
Organización y claridad en los procedimientos.	Organiza los procedimientos realizados en forma limpia y clara, al dar solución a problemas de factorización, sistemas de ecuaciones y matrices (20 pts.)	Describe correctamente de forma clara, limpia y ordenada todos los procedimientos realizados para dar solución a problemas de factorización, sistemas de ecuaciones y matrices	Describe correctamente de forma clara, limpia y ordenada la mayoría de los procedimientos realizados para dar solución a problemas de factorización, sistemas de ecuaciones y matrices	Describe de forma limpia, clara u ordenada algunos los procedimientos para dar solución a problemas de factorización, sistemas de ecuaciones y matrices.	Describe de forma limpia, clara u ordenada pocos de los procedimientos para dar solución a problemas de factorización, sistemas de ecuaciones y matrices.	Carece de limpieza, claridad y orden al presentar los procedimientos al dar solución a problemas de factorización, sistemas de ecuaciones y matrices

Resultado	Interpreta y expresa por escrito el resultado obtenido de acuerdo con el contexto del problema. (10 pts.)	Obtiene, interpreta y presenta de forma correcta del 90 % al 100% de los resultados según el contexto del problema, utilizando las unidades de medida específicas y requeridas, dando su respuesta de forma escrita resaltándola con tinta roja.	Obtiene, interpreta y presenta de forma correcta del 80 % al 89% de los resultados según el contexto del problema, utilizando las unidades de medida específicas y requeridas, dando su respuesta de forma escrita resaltándola con tinta roja.	Obtiene, interpreta o presenta de forma correcta del 70 % al 79% de los resultados según el contexto del problema, utilizando las unidades de medida específicas y requeridas, dando su respuesta de forma escrita resaltándola con tinta roja.	Proporciona de forma correcta del 60 % al 69% de los resultados encontrados sin considerar el contexto del problema, poca presencia de las unidades de medida.	Proporciona algunos de los resultados encontrados sin considerar el contexto del problema, ausencia de las unidades de medida, da respuesta al problema de forma errónea.
Formato y entrega	Identifica y da cumplimiento a las instrucciones brindadas. (5 pts.)	La práctica evaluativa cumple con todos los requerimientos solicitados en las instrucciones (formato, portada, procedimiento, resultados, interpretaciones) y entrega en tiempo y forma.	La práctica evaluativa cumple con casi todos los requerimientos solicitados en las instrucciones (formato, portada, procedimiento, resultados, interpretaciones) y entrega en la hora y fecha solicitada de manera puntual.	La práctica evaluativa cumple con la mayoría de los requerimientos solicitados en las instrucciones (formato, portada, procedimiento, resultados, interpretaciones) y entrega en la hora y fecha solicitada.	La práctica evaluativa cumple con algunos de los requerimientos solicitados en las instrucciones (formato, portada, procedimiento, resultados, interpretación es) y entrega en la hora y fecha solicitada.	La práctica evaluativa cumple con pocos de los requerimientos solicitados en las instrucciones (formato, portada, procedimiento, resultados, interpretaciones) y entrega depués de la fecha solicitada.
Ponderación:		**100-90**	**89-80**	**79-70**	**69-60**	**59-0**

Logros:	Aspectos a mejorar:

Indicaciones respecto al formato de entrega:
Se entrega en hojas en blanco, con instrucciones y enunciados de problemas escritos en tinta azul o negra, procedimiento a mano y respuestas finales resaltadas en rojo. Engrampado
Paginación inferior derecha
Con portada al frente que contenga los siguientes elementos:

- Nombre completo de la escuela con logo
- Nombre de la asignatura
- Nombre y número del bloque
- Nombre completo del docente
- Nombres completos de los estudiantes en orden alfabético e iniciando por los apellidos
- Fecha de entrega
- Grado grupo y semestre

ASIGNATURA: Álgebra Avanzada	**LISTA DE COTEJO Bloque 1. C 1**	**Nombre de Evidencia:** Práctica evaluativa **Valor: 60%**
GRADO y GRUPO:	**FECHA:**	**# de integrantes:**

Elemento	Valor en pts.	Valor alcanzados	Observaciones
Entrega el trabajo en tiempo y forma, limpio, ordenado.	1		
Presenta una portada (logotipo, datos de la escuela, título del trabajo, el criterio, integrantes, materia, nombre del profesor, grado, grupo y fecha de entrega).	1		
Entrega la lista de cotejo con los nombres de los integrantes del equipo en orden alfabético por apellido paterno.	1		
Contenido			
Formato: - El ejercicio o problema con tinta azul o negra. - El procedimiento se realiza a lápiz - La respuesta final se resalta (encierra o subraya) con tinta roja.	2		
Parte I: Responde correctamente los reactivos (2 pts. c/u)	10		
Parte II:			
La estrategia de solución es pertinente y coherente con el ejercicio.	15		
Se describe de manera ordenada el procedimiento que se siguió para obtener la solución.	20		
Resuelve **correctamente** el ejercicio y redacta su respuesta en términos del problema (si es el caso).	10		
Participación y actitudes			
Participan de manera activa durante la elaboración de la actividad. Demuestran una actitud positiva con el profesor y sus compañeros durante el bloque.			*En caso de plagio total o parcial se anulará. Quedando una calificación de CERO para este criterio. *Expulsar a un miembro de equipo faltando una semana o menos para la entrega causará una sanción de 10 pts para todo el equipo.
Total	**60**		

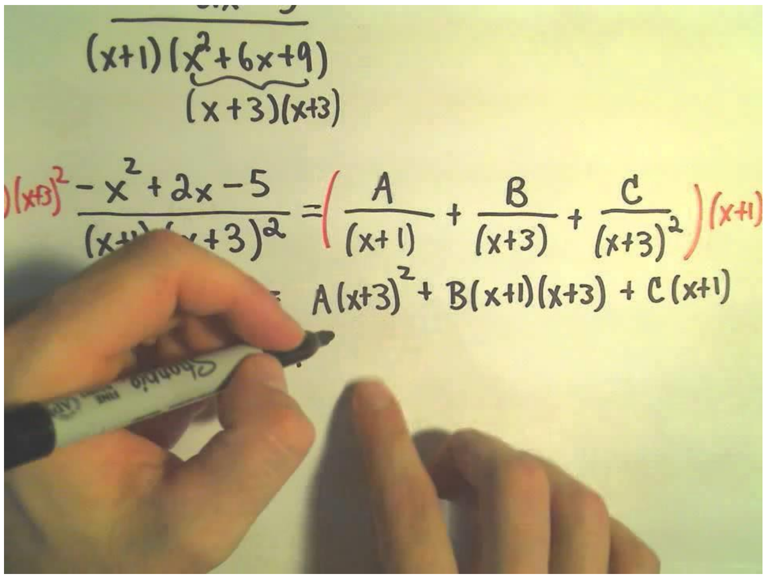
Integrantes del equipo	ADA1 8%	ADA2 8%	ADA3 8%	ADA4 8%	ADA5 8%	P.E 60%	Total 100%	Firma de conformidad con el resultado
1.								
2.								
3.								
4.								

Niveles de dominio	Preformal 0-59	Receptivo 60-69	Resolutivo 70-79	Autónomo 80-89	Estratégico 90-100

SEMANA 1 – 16 OCT a 20 OCT

Álgebra Avanzada

Bloque 2



Contenidos específicos

- Resolviendo ecuaciones lineales, sistema de ecuaciones y ecuaciones cuadráticas.
- ¿Existen las ecuaciones lineales, cuadráticas y sistema de ecuaciones con literales? ¿Cómo los soluciono? y ¿cuáles son los resultados de éstos?
- El significado de una fracción parcial y los diferentes tipos que existen.
- Los procesos para solucionar las fracciones parciales con factores lineales distintos, lineales repetidos, cuadráticos distintos y cuadráticos repetidos.
- Al encontrar los valores que satisfacen a la fracción parcial, ¿cómo lo expreso en el resultado final?

Aprendizajes esperados

A.E.4. Resuelve ecuaciones lineales cuadráticas y sistema de ecuaciones con literales.
A.E.5. Resuelve los diferentes tipos de fracciones parciales.

SEMANA 1 – 16 OCT a 20 OCT

Instrucciones generales del bloque 2

Bienvenido al segundo bloque de la asignatura optativa ***Álgebra Avanzada***. Para alcanzar los aprendizajes y elaborar los productos esperados, en este bloque trabajaremos de la siguiente manera:

1. **Respecto a las sesiones de clase:** Se tendrán 4 sesiones semanales, distribuidas de acuerdo con horario escolar vigente. Durante las sesiones se espera que:
    - ✓ Te presentes puntualmente.
    - ✓ Cuentes con el material impreso.
    - ✓ Sigas en todo momento las indicaciones del docente.

2. **Respecto al uso de plataforma.** De forma paralela a las sesiones de clase presenciales, se usará la plataforma (Classroom o Schoology), para acceso a material complementario (videos, quiz, material de lectura) y actividades de reforzamiento.

3. **Respecto a la asistencia**. Es necesario cubrir el 80% de asistencia durante el bloque. Es importante considerar que las sesiones dobles implican una doble asistencia o inasistencia.

4. **Respecto a la elaboración y entrega de ADAS:**

- ✓ Las actividades de aprendizaje (ADAS) se realizarán de forma individual o máximo en binas, de acuerdo con las indicaciones de tu docente.
- ✓ Deben realizar la lectura del material de apoyo y ver los videos propuestos, previo a la realización de cada ADA.
- ✓ Todas las ADAS se realizarán a mano. NO se aceptarán actividades realizadas en computadora.
- ✓ La entrega de las ADAS será de manera presencial en hoja aparte (de su libreta o en blanco) y con la lista de cotejo impresa al final.
- ✓ La entrega fuera de tiempo causará una sanción de -20% del valor del ADA.

5. **Respecto al producto integrador*:** En este bloque, el producto integrador consiste en una evaluación escrita, prueba objetiva de 33 reactivos de opción múltiple que abarcará contenidos correspondientes a los bloquea 1 y 2.

- ✓ La evaluación se realizará de manera presencial y en la fecha establecida en el calendario de evaluaciones del bloque 2.
- ✓ La práctica evaluativa se realizará de forma individual.

NOTA: En caso de plagio total o parcial, en ADAS y/o producto integrador, se anulará la calificación obtenida para todos los involucrados. Quedando una calificación de CERO para el criterio correspondiente.

SEMANA 1 – 16 OCT a 20 OCT

8. **Respecto a los criterios de evaluación del bloque:**

60%

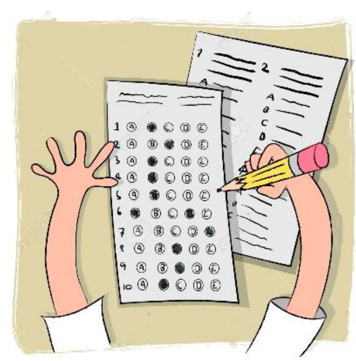
- Criterio 1: Prueba Escrita (B1 y B2)

40%

- ADAS**
- ADA 1: Ecuaciones lineales con literales.........................8%
- ADA 2: Sistemas de ecuaciones lineales con literales....8%
- ADA 3: Ecuaciones cuadráticas con literales.................8%
- ADA 4: Fracciones parciales con factores lineales..........8%
- ADA 5: Fracciones parciales con factores cuadráticos....8%

**Para tener derecho a la calificación obtenida en las ADAS, es requisito cumplir con la evaluación diagnóstica y la metacognición.

Descripción de producto integradore bloque 2



Criterio 1: Evaluación escrita

En este bloque se realizará como producto integrador una evaluación escrita que consta de 33 reactivos de opción múltiple, divididos en diferentes niveles y en los cuales aplicarás los diferentes métodos de factorización, resolución de sistemas de ecuaciones numéricas, resolución de ecuaciones literales (lineales y cuadráticas) y fracciones parciales.

SEMANA 1 – 16 OCT a 20 OCT

Sesión 1

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

Instrucciones: De manera individual realiza lo que se te indica en cada apartado**.**

I. Resuelve las siguientes ecuaciones y comprueba el resultado analíticamente.

a) $3x - 2 = 3 - 2x$

b) $3x - (x + 3) = x + 4$

c) $x - [4 - (x + 1)] = 4x - 15$

d) $x + \frac{1}{x} = 4$

e) $(x + 1)^2 = x - 1$

f) $\frac{x+1}{x-1} = \frac{3x-1}{x+1}$

II. Resuelve el sistema de ecuaciones dado y comprueba el resultado gráficamente.

a) $3x - y = 2$
$2x + 3y = 5$

b) $2x - 3y = 9$
$3x + 4y = 5$

c) $x + 4y = 7$
$2x + 8y = 14$

III. Resuelve los siguientes problemas.

1. Un alambre de 21m se divide en dos partes, de tal modo que la longitud de una de ellas es las tres cuartas partes de la longitud de la otra. Calcula la longitud de cada parte.
2. Encontrar tres números enteros consecutivos cuya suma sea igual a 21.
3. El costo total de 5 libros de álgebra y 4 plumas es de \$320; el costo total de 6 libros de álgebra y 3 plumas es de \$330. Calcula el costo de cada artículo.
4. Un jardín rectangular de 50 m de largo por 34 m de ancho está rodeado por un camino de arena uniforme. Halla la anchura de dicho camino si se sabe que su área es 540 m².

SEMANA 1 – 16 OCT a 20 OCT

IV. ¿Qué parte de los ejercicios anteriores se te dificultó más?

V. Lee la lista de aprendizajes esperados correspondientes al bloque II y describe brevemente qué esperas del bloque y cómo consideras que esos aprendizajes van a contribuir a tu formación

SEMANA 1 – 16 OCT a 20 OCT

Ecuaciones literales

La ecuación

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones. Esas expresiones se llaman miembros de la ecuación. Por ejemplo, en la ecuación

$$2x + 8 = 3x - 12,$$

la expresión $2x + 8$, está a la izquierda del signo igual y recibe el nombre de primer miembro. $3x - 12$ se encuentra a la derecha del signo igual y se llama segundo miembro.

En una ecuación hay términos conocidos y términos desconocidos. El término desconocido se llama **incógnita** y se representa generalmente por las últimas letras del abecedario: "x", "y" o "z", aunque puede utilizarse cualquiera otra letra.

Resolver una ecuación es encontrar las raíces, es decir, los valores numéricos de las letras (variables o incógnitas) para los cuales la igualdad es cierta.

Ejemplo: Dada la ecuación:

$$2x + 8 = 3x - 12$$

La raíz o solución es el valor 20, puesto que, si sustituimos x por 20, la igualdad,

$$2(20) + 8 = 3(20) - 12$$

$$48 = 48$$

es cierta.

El método general para *resolver* una ecuación consiste en transformar dicha ecuación en otra ecuación equivalente, la cual tiene la misma solución de la ecuación a resolver.

Las operaciones que pueden efectuarse en una ecuación dada para obtener una ecuación equivalente son las siguientes:

1. Si se suma o resta una misma *expresión* a ambos miembros de una ecuación, la ecuación resultante es equivalente a la dada.
2. Si ambos miembros de una ecuación se multiplican por, o se dividen entre la misma *constante no nula*, la ecuación resultante es equivalente a la dada.

Como se puede notar, hay cierta diferencia entre estas operaciones. En la adición y la sustracción podemos sumar o restar cualquier *expresión,* la cual puede incluir tanto variables como constantes, pero en la multiplicación y división sólo podemos multiplicar por, y dividir entre, *constantes* no nulas.

SEMANA 1 – 16 OCT a 20 OCT

Si ambos miembros de una ecuación dada se multiplican por una expresión que contenga la incógnita, la nueva ecuación puede tener una o más raíces que no son raíces de la ecuación dada. Estas nuevas raíces se llaman raíces *extrañas*, y la nueva ecuación se llama *redundante* con respecto a la ecuación dada.

Si ambos miembros de la ecuación dada se dividen entre una misma expresión que contenga la incógnita, la nueva ecuación puede tener una o más raíces de menos respecto a la ecuación dada. En este caso se dice que la nueva ecuación es *defectuosa* con respecto a la ecuación dada.

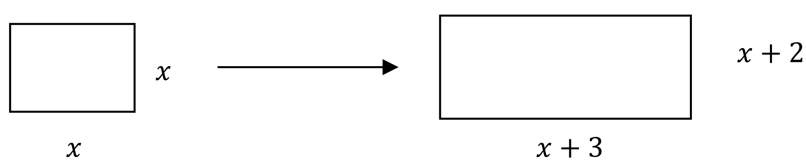
En consecuencia, debe tenerse cuidado cuando se efectúen operaciones en una ecuación, para que no se introduzcan raíces extrañas o para que no se pierdan raíces válidas. Por esto conviene se tome como norma la comprobación de cada raíz en la ecuación original, por sustitución directa.

Salvo lo indicado anteriormente, para cualquier ecuación se cumple el siguiente principio, conocido como el **Principio fundamental de las ecuaciones** y que es utilizado para resolver ecuaciones de primer grado.

"Si se efectúan operaciones iguales con cantidades iguales en ambos lados de una ecuación, se obtiene una ecuación equivalente"

Ahora, consideremos la siguiente actividad.

1) Se tiene un cuadrado de lado desconocido x. Si aumentamos 3cm en uno de los lados y 2 cm en el otro, se obtiene un rectángulo como el siguiente.



La expresión que represente el perímetro P del rectángulo formado es:

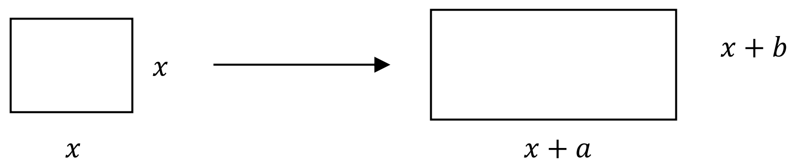
$$P = 2(x + 3) + 2(x + 2)$$

Si el perímetro del rectángulo es igual a 30cm, para calcular la medida del lado x del cuadrado se debe resolver la ecuación de primer grado que resulta al igualar la expresión anterior a 30.

$$2(x + 3) + 2(x + 2) = 30$$
$$2x + 6 + 2x + 4 = 30$$
$$4x = 30 - 6 - 4$$
$$4x = 20$$
$$x = \frac{20}{4} = 5$$

2) En el mismo cuadrado de lado desconocido x, si aumentamos una cierta cantidad a en uno de los lados y otra cantidad b en el otro, el rectángulo obtenido es el siguiente

SEMANA 1 – 16 OCT a 20 OCT



La expresión que represente el perímetro P del rectángulo formado es:

$$P = 2(x + a) + 2(x + b)$$

Si el perímetro del rectángulo es igual a 30cm, para calcular la medida del lado x del cuadrado se debe resolver la ecuación de primer grado que resulta al igualar la expresión anterior a 30.

$$2(x + a) + 2(x + b) = 30$$

¿Cómo resolvemos esta ecuación?

Ecuaciones literales de primer grado con una incógnita

Al final de la actividad anterior, se obtuvo la expresión

$$P = 2(x + a) + 2(x + b)$$

Esta expresión es una ecuación de primer grado. Si en esta ecuación la única incógnita es x, y las letras a, b y P representan cantidades conocidas, decimos que la ecuación es literal.

Una ecuación literal es aquella en la que algunos o todos los coeficientes de las incógnitas o las cantidades conocidas que aparecen en la ecuación están representados por letras.

Comúnmente las cantidades conocidas suelen representarse con las primeras letras del abecedario.

Todas las fórmulas con las que has trabajado en tus cursos previos de matemáticas y física son ejemplos de ecuaciones literales.

La ecuación literal de primer grado se resuelve igual que una ecuación numérica. Se debe despejar la incógnita. La diferencia es que la solución no será una cantidad numérica, sino que estará expresada en términos de las cantidades conocidas representadas por letras. Siguiendo con el ejemplo, siendo la incógnita x:

$$2(x + a) + 2(x + b) = 30$$
$$2x + 2a + 2x + 2b = 30$$
$$4x = 30 - 2a - 2b$$
$$x = \frac{30 - 2a - 2b}{4}$$

Sesión 2

I. Realiza la actividad de aprendizaje 1

SEMANA 1 – 16 OCT a 20 OCT

Sesión 3

Sistemas de ecuaciones literales de primer grado con dos incógnitas

Consideremos el siguiente problema:
¿Cuánto aceite de $ a el litro se ha de mezclar con otro de $ b, para obtener 100 litros de aceite de $$c$ el litro?
En este caso se tienen dos incógnitas

$$x = \text{Número de litros de aceite de } \$a$$
$$y = \text{ Número de litros de aceite de } \$b$$

La información del problema nos dice que al mezclarse se obtiene 100 litros. Entonces:

$$x + y = 100 \ldots\ldots\ldots.\text{Ecuación 1}$$

Ahora, de los costos de la mezcla de aceite podemos plantear la siguiente ecuación

$$ax + by = 100c \ldots\ldots\text{Ecuación 2}$$

Las dos ecuaciones anteriores forman un sistema de ecuaciones literales de primer grado. Al resolverlo se puede obtener el valor de las incógnitas x y y en términos de las literales a, b y c.
Para resolver este sistema de ecuaciones vamos a utilizar el método de suma y resta

$$x + y = 100 \ldots\ldots\ldots.\text{Ecuación 1}$$

$$ax + by = 100c \ldots\ldots\text{Ecuación 2}$$

Para eliminar la y multiplicamos la ecuación 1 por $-b$

$$-bx - \cancel{by} = -100b$$
$$ax + \cancel{by} = 100c$$

Sumando miembro a miembro las ecuaciones obtenemos la siguiente

$$ax - bx = 100c - 100b$$

Factorizando x

$$x(a - b) = 100c - 100b$$

Dividiendo ambos miembros entre $(a - b)$

$$\frac{x\cancel{(a - b)}}{\cancel{(a - b)}} = \frac{100c - 100b}{(a - b)}$$

Simplificando

$$x = \frac{100c - 100b}{(a - b)}$$

SEMANA 1 – 16 OCT a 20 OCT

Ahora que tenemos el valor de x podemos sustituirlo en cualquiera de las dos ecuaciones originales y resolver la nueva ecuación para despejar y.
Sustituyendo el valor de x en la ecuación 1

$$\frac{100c - 100b}{a - b} + y = 100$$

Multiplicando ambos miembros por $(a - b)$

$$\frac{100c - 100b}{\cancel{a - b}}\cancel{(a - b)} + y(a - b) = 100(a - b)$$

$$100c - 100b + y(a - b) = 100(a - b)$$

Restando $100c$ y sumando $100b$ en ambos lados

$$100c - 100b + y(a - b) - 100c + 100b = 100(a - b) - 100c + 100b$$

Simplificando $$y(a - b) = 100a - 100b - 100c + 100b$$

$$y(a - b) = 100a - 100c$$

Dividiendo entre $(a - b)$

$$\frac{y\cancel{(a - b)}}{\cancel{(a - b)}} = \frac{100a - 100c}{(a - b)}$$

Simplificando

$$y = \frac{100a - 100c}{(a - b)}$$

En el ejemplo anterior elegimos el método de suma y resta. Sin embargo, pudimos haber utilizado cualquier otro método como el de Sustitución, Igualación, Gauss y Gauss-Jordan.

Sesión 4

I. Realiza la actividad de aprendizaje 2

SEMANA 1 – 16 OCT a 20 OCT

Actividad de aprendizaje 1

Aprendizajes esperados:
A.E.4 Resuelve ecuaciones lineales cuadráticas y sistema de ecuaciones con literales.
Atributos de las competencias genéricas:
4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
Competencias disciplinares:
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.

I. Resuelve las siguientes ecuaciones para x

a) $ax + a = 1$

b) $ax - 4 = bx - 2$

c) $m(n - x) - m(n - 1) = m(mx - a)$

d) $a(x + b) + x(b - a) = 2b(2a - x)$

e) $(x + b)^2 - (x - a)^2 - (a + b)^2 = 0$

f) $\frac{m}{x} - \frac{1}{m} = \frac{2}{m}$

g) $\frac{a-x}{a} - \frac{b-x}{b} = \frac{2(a-b)}{ab}$

h) $\frac{5x+a}{3x+b} = \frac{5x-b}{3x-a}$

II. Despeja la variable indicada en las siguientes expresiones

a) Despejar v_0 en $d = \frac{v_f+v_o t}{2}$

b) Despejar r en $v = \frac{1}{3}\pi h^2(3r - h)$

Videos complementarios

Ecuaciones lineales con coeficientes desconocidos

SEMANA 1 – 16 OCT a 20 OCT

III. Resuelve los siguientes problemas

a) Expresa el valor de dos números consecutivos cuya suma es igual a $4a + 3$

b) Se han reunido a personas para votar. Se presentan tres candidatos: el primero obtiene m votos más que el segundo, el segundo obtiene n votos más que el tercero. ¿Cuántos votos van a obtener cada uno de los candidatos si hay 3 abstenciones?

Actividad de Reforzamiento: Responde la práctica contenida en el siguiente link:

- ✓ https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:solve-equations-inequalities/x2f8bb11595b61c86:linear-eqns-unknown-coefficients/e/solving_for_a_variable

DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR
DEPARTAMENTO DE SERVICIOS EDUCATIVOS
ESCUELA PREPARATORIA No.06,
ALIANZA DE CAMIONEROS

ASIGNATURA: Álgebra Avanzada	LISTA DE COTEJO Bloque 2 ADA1	Nombre de Evidencia: ADA 1 Valor: 8%
Nombre(s):	GRADO y GRUPO:	FECHA:

Elemento	Valor en pts.	Valor alcanzados	Observaciones
-Entrega en tiempo y forma junto con la lista de cotejo.	0.5		Menos 20% del valor total del ADA por entregar fuera de tiempo
-Los ejercicios son claros y legibles			
Contenido			
Parte I. Resuelve correctamente cada una de las ecuaciones dadas, haciendo uso adecuado de las propiedades de los números. 0.5 c/u	4		
Parte II. Despeja correctamente la variable haciendo uso adecuado de las propiedades de los números. 0.5 c/u	1		
Parte III. Resuelve correctamente los problemas, plantea la ecuación correspondiente y da solución. 1 c/u	2		
Participación y actitudes			
Demuestran una actitud positiva con el profesor y sus compañeros.	0.5		*En caso de plagio total o parcial se anulará. Quedando una calificación de CERO para esta ADA
Total	8		

SEMANA 1 – 16 OCT a 20 OCT

Actividad de aprendizaje 2

Aprendizajes esperados:
A.E.4 Resuelve ecuaciones lineales cuadráticas y sistema de ecuaciones con literales.
Atributos de las competencias genéricas:
4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
Competencias disciplinares:
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.

I. Resuelve las siguientes ecuaciones para x

a) $x + y = a + b$
$x - y = a - b$

b) $2x + y = b + 2$
$bx - y = 0$

c) $y = bx$
$x + 2y = a$

d) $x - y = m - n$
$mx - ny = m^2 - n^2$

f) $nx + my = m + n$
$mx - ny = \frac{m^3 - n^3}{mn}$

h) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = a$
$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = b$

Videos complementarios

Sistemas de ecuaciones lineales con coeficientes desconocidos

SEMANA 1 – 16 OCT a 20 OCT

II. Resuelve los siguientes problemas

1. Un ganadero compra a carneros y b corderos; un carnero cuesta \$8 más que el cordero. Si en total pago c pesos, ¿cuánto pagó por cada clase de animal?

2. En una función de cine asistieron c personas entre niños y adultos; el costo del boleto para niños es de $\$b$ y el de adulto es $\$a$. Si se recaudo un total de $\$d$, ¿cuántos niños y cuántos adultos asistieron a la función?

Actividad de Reforzamiento: Realiza el reforzamiento correspondiente a esta ADA en la clase de Álgebra Avanzada en la plataforma.

DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR
DEPARTAMENTO DE SERVICIOS EDUCATIVOS
ESCUELA PREPARATORIA No.06,
ALIANZA DE CAMIONEROS

ASIGNATURA: Álgebra Avanzada	LISTA DE COTEJO Bloque 2 ADA 2	Nombre de Evidencia: ADA 2 Valor: 8%
Nombre(s):	GRADO y GRUPO:	FECHA:

Elemento	Valor en pts.	Valor alcanzados	Observaciones
-Entrega en tiempo y forma junto con la lista de cotejo.	0.4		Menos 20% del valor total del ADA por entregar fuera de tiempo
-Los ejercicios son claros y legibles	0.4		
Contenido			
Parte I. Resuelve correctamente cada una de las ecuaciones dadas, haciendo uso adecuado de las propiedades de los números. 0.8 c/u	4.8		
Parte II. Resuelve correctamente los problemas, plantea la ecuación correspondiente y da solución. 1 c/u	2		
Participación y actitudes			
Demuestran una actitud positiva con el profesor y sus compañeros.	0.4		*En caso de plagio total o parcial se anulará. Quedando una calificación de CERO para esta ADA
Total	8		

SEMANA 2 – 23 OCT a 27 OCT

Sesión 1

Ecuaciones literales de segundo grado con una incógnita

La forma general de expresar las ecuaciones de segundo grado con una incógnita es $ax^2 + bx + c = 0$, donde a tiene que ser diferente de cero, de lo contrario sería de primer grado.

Al término ax^2 se le conoce como el término cuadrático, a bx término lineal y a c término independiente.

El siguiente diagrama muestra las diferentes formas en que se presenta la ecuación de segundo grado

Ecuaciones de segundo grado
- Completa: $ax^2 + bx + c = 0 \quad a, b, \text{y } c \neq 0$
- Incompleta
  - Pura: $ax^2 + c \quad (b = 0)$
  - Mixta: $ax^2 + bx = 0 \quad (c = 0)$

Se puede observar que la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ es una ecuación literal de segundo grado con una incógnita ya que los coeficientes a, b y c son constantes literales y la única incógnita es x, cuy mayor grado es 2.

Los métodos para resolver ecuaciones literales de segundo grado son los mismos que se utilizan para resolver ecuaciones numéricas de segundo grado.

- ### Resolución de ecuaciones de segundo grado mediante raíz cuadrada

Este es el método más simple y se utiliza cuando se tiene una ecuación de segundo grado incompleta pura, es decir, sin término lineal.

Ejemplo:

$$x^2 - c^2 = 0$$

Sumando c^2 en ambos lados: $$x^2 - c^2 + c^2 = 0 + c^2$$

$$x^2 = c^2$$

Extrayendo raíz cuadrada: $$\sqrt{x^2} = \sqrt{c^2}$$

$$x = \pm c$$

Entonces las soluciones son: $x_1 = c$ y $x_2 = -c$

SEMANA 2 – 23 OCT a 27 OCT

Sesión 2

- Resolución de ecuaciones de segundo grado mediante factorización

Ejemplo:

$$2x^2 - 18x = 0$$

Solución:

Dividiendo entre 2: $x^2 - 9x = 0$

Factorizando x: $x(x - 9) = 0$

Para que se cumpla la igualdad, algún factor debe ser igual a cero, es decir: $x = 0$ o $(x - 9) = 0$

Si $x = 0$, una solución es $x_1 = 0$

Si $x - 9 = 0$, la otra solución es $x_2 = 9$

Sesión 3

- Resolución de ecuaciones de segundo grado mediante fórmula general

La solución de la ecuación de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ con $a \neq 0$ es:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Las raíces de la ecuación de segundo grado con una incógnita pueden ser reales o complejas dependiendo del valor que tome la expresión del subradical $(b^2 - 4ac)$ de la formula general. A este subradical se le llama comúnmente el ***discriminante*** de la ecuación y se simboliza con Δ. Podemos concluir que dado $\Delta = (b^2 - 4ac)$, entonces, si:

- $\Delta > 0$ la ecuación tiene dos raíces reales diferentes.
- $\Delta = 0$ la ecuación tiene dos raíces iguales
- $\Delta < 0$ la ecuación tiene dos raíces complejas conjugadas.

Ejemplo:

$$x^2 + 2mx = 35m^2$$

SEMANA 2 – 23 OCT a 27 OCT

Solución:

Restando $35m^2$ en ambos lados: $x^2 + 2mx - 35m^2 = 35m^2 - 35m^2$

$$x^2 + 2mx - 35m^2 = 0$$

Entonces

$$a = 1\,, \quad b = 2m \quad \text{y} \quad c = -35m^2$$

Sustituyendo en la fórmula general:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(2m) \pm \sqrt{(2m)^2 - 4(1)(-35m^2)}}{2(1)}$$

Simplificando:

$$x = \frac{-2m \pm \sqrt{4m^2 + 140m^2}}{2}$$

$$x = \frac{-2m \pm \sqrt{144m^2}}{2}$$

$$x = \frac{-2m \pm 12m}{2}$$

$$x = -m \pm 6m$$

Entonces la solución es: $x_1 = -m + 6m \;\rightarrow\; x_1 = 5m$

$$x_2 = -m - 6m \;\rightarrow\; x_2 = -7m$$

Sesión 4

I. Realiza la actividad de aprendizaje 3

SEMANA 2 – 23 OCT a 27 OCT

Actividad de aprendizaje 3

Aprendizajes esperados:
A.E.4 Resuelve ecuaciones lineales cuadráticas y sistema de ecuaciones con literales.
Atributos de las competencias genéricas:
4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
Competencias disciplinares:
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.

I. Subraya la respuesta correcta

1. Una ecuación cuadrática tiene soluciones reales iguales si al resolver por fórmula general se cumple que:

A) $\Delta > 0$ B) $\Delta < 0$ C) $\Delta = 0$ D) $\Delta \neq 0$

2. Es una ecuación con coeficientes desconocidos

A) $x + 5x - 2 = 0$ B) $sen(a)$ C) $x + sen(90)=5$ D) $P = m \cdot g$

3. Ecuación en la que algunos o todos los coeficientes de las incógnitas o las cantidades conocidas que aparecen en la ecuación están representados por letras.

A) Trascendental   B) Literal   C) Trigonométrica   D) Compleja

4. Método que puede ser utilizado para resolver cualquier tipo de ecuaciones cuadráticas literales

A) Gráfico   B) Fórmula general   C) Teorema de De Moivre   D) Raíz cuadrada

5. Es una ecuación cuadrática literal incompleta pura

A) $mx^2 + 2m = 0$ B) $mx^2 + mx = n$ C) $mx^2 - m = 0$ D) $mx^2 + mx = x$

SEMANA 2 – 23 OCT a 27 OCT

II. Resuelve las siguientes ecuaciones para x

a) $a^2x^2 + abx - 2b^2 = 0$

b) $x^2 + ax = 20a^2$

c) $b^2x^2 + 2abx = 3a^2$

d) $x^2 - 2ax = 6ab - 3bx$

e) $x^2 + m^2x(m-2) = 2m^5$

f) $\frac{a+x}{a-x} + \frac{a-2x}{a+x} = -4$

Videos complementarios

Ecuaciones cuadráticas con coeficientes desconocidos

II. Resuelve los siguientes problemas.

1. La diagonal de un cuadrado es c unidades mayor que cualquiera de sus lados; si su área es a unidades cuadradas, expresa el valor de uno de sus lados en términos de a y c

2. Varias personas planearon un viaje contribuyendo cada uno con $\$a$, pero luego calcularon que, con un grupo más grande, podrían reducir sus gastos en $\$\frac{a}{20}$ diarios por persona y alargar el viaje un día más con la misma contribución de $\$a$. Calcula el costo diario por persona, en términos de a, que habían planeado para el grupo original.

SEMANA 2 – 23 OCT a 27 OCT

Actividad de Reforzamiento: Realiza el reforzamiento correspondiente a esta ADA en la clase de Álgebra Avanzada en la plataforma Classroom.

DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR
DEPARTAMENTO DE SERVICIOS EDUCATIVOS
ESCUELA PREPARATORIA No.06,
ALIANZA DE CAMIONEROS

ASIGNATURA: Álgebra Avanzada	LISTA DE COTEJO Bloque 2 ADA 3	Nombre de Evidencia: ADA 3 Valor: 8%
Nombre(s):	GRADO y GRUPO:	FECHA:

Elemento	Valor en pts.	Valor alcanzados	Observaciones
-Entrega en tiempo y forma junto con la lista de cotejo.	0.4		Menos 20% del valor total del ADA por entregar fuera de tiempo
-Los ejercicios son claros y legibles	0.4		
Contenido			
Parte I. Responde correctamente cada reactivo (0.2 c/u)	1		
Parte I. Resuelve correctamente cada una de las ecuaciones dadas, haciendo uso adecuado de las propiedades de los números. 0.7 c/u	4.2		
Parte II. Resuelve correctamente los problemas, plantea la ecuación correspondiente y da solución. 0.8 c/u	1.6		
Participación y actitudes			
Demuestran una actitud positiva con el profesor y sus compañeros.	0.4		*En caso de plagio total o parcial se anulará. Quedando una calificación de CERO para esta ADA
Total	8		

SEMANA 3 – 30 OCT a 3 NOV

Sesión 1

Fracciones parciales

Toda fracción propia puede expresarse como la suma de fracciones más simples que se denominan *fracciones parciales.*

En general, las *fracciones parciales* son cada una de las fracciones simples que se obtienen al descomponer una fracción dada.

La descomposición de una fracción en sus fracciones parciales es un proceso basado en el siguiente teorema.

Teorema fundamental de la descomposición de una fracción en sus fracciones parciales simples.

Cualquier fracción propia, reducida a su mínima expresión, puede expresarse como una suma de fracciones parciales de los siguientes tipos:

1. A cada factor lineal $(ax+b)$ que aparezca una sola vez como factor del denominador, corresponde una fracción parcial de la forma: $\frac{A}{ax+b}$, en donde A es una constante diferente de cero.
2. A cada factor lineal $(ax+b)$ que aparezca k veces como factor del denominador, le corresponde la suma de k fracciones parciales de la forma:
$$\frac{A_1}{(ax+b)}+\frac{A_2}{(ax+b)^2}+\frac{A_3}{(ax+b)^3}+\cdots+\frac{A_k}{(ax+b)^k}$$
en donde $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_k$ son constantes y A_k es diferente de cero.
3. A cada factor cuadrático (ax^2+bx+c) (irreducible en el campo de los números reales) que aparezca una sola vez como factor del denominador, corresponde una fracción parcial de la forma: $\frac{Ax+B}{(ax^2+bx+c)}$ en donde A y B son constantes no simultáneamente nulas.
4. A cada factor cuadrático (ax^2+bx+c) (irreducible en el campo de los números reales) que aparezca k veces como factor del denominador, corresponde la suma de k fracciones parciales de la forma:
$$\frac{A_1x+B_1}{(ax^2+bx+c)}+\frac{A_2x+B_2}{(ax^2+bx+c)^2}+\frac{A_3x+B_3}{(ax^2+bx+c)^3}+\cdots+\frac{A_kx+B_k}{(ax^2+bx+c)^k}$$
donde $A_1, B_1, A_2, B_2, \ldots, A_k$ y B_k son constantes y A_k y B_k no son simultáneamente nulas.

SEMANA 3 – 30 OCT a 3 NOV

El teorema nos da la forma de las fracciones parciales; únicamente queda determinar el valor de las diversas constantes que aparecen en esas fracciones. Esto se hace resolviendo sistemas de ecuaciones. A continuación, ejemplificaremos cada uno de los puntos del teorema.

Fracciones parciales de fracciones con factores lineales distintos

El punto 1 del teorema mencionado anteriormente nos da la forma de las fracciones parciales de fracciones con denominadores que contienen factores lineales distintos.

Ejemplo: Expresar la siguiente fracción como suma de fracciones parciales.

$$\frac{7x}{2x^2-5x-3}$$

Solución:
Primero observamos que la fracción es propia y factorizamos completamente el denominador

$$\frac{7x}{2x^2-5x-3}=\frac{7x}{(2x+1)(x-3)}$$

Como se puede observar el denominador está formado por el producto de dos factores lineales distintos. Entonces podemos aplicar el punto 1 del teorema anterior quedando la siguiente identidad:

$$\frac{7x}{(2x+1)(x-3)}\equiv\frac{A}{(2x+1)}+\frac{B}{(x-3)}$$

Multiplicando ambos lados por $(2x+1)(x-3)$

$$\frac{7x(2x+1)(x-3)}{(2x+1)(x-3)}\equiv\frac{A(2x+1)(x-3)}{(2x+1)}+\frac{B(2x+1)(x-3)}{(x-3)}$$

Simplificando $$7x\equiv A(x-3)+B(2x+1)$$

Efectuando las operaciones en el lado derecho

$$7x\equiv Ax-3A+2Bx+B$$

Reagrupando $$7x\equiv(Ax+2Bx)+(-3A+B)$$

Factorizando $$7x\equiv(A+2B)x+(-3A+B)$$

Al ser una identidad (≡), podemos relacionar los coeficientes de los términos del lado izquierdo con sus correspondientes del lado derecho. Al no haber término independiente del lado izquierdo, el coeficiente que le corresponde es cero y se obtienen las siguientes ecuaciones:

SEMANA 3 – 30 OCT a 3 NOV

$$A + 2B = 7 \qquad \text{Ecuación 1}$$
$$-3A + B = 0 \qquad \text{Ecuación 2}$$

Para obtener los valores de A y B, resolvemos el sistema de ecuaciones. Utilizaremos el método de suma y resta.
Multiplicamos por 3 la ecuación 1

$$3A + 6B = 21$$
$$-3A + B = 0$$

Sumando miembro a miembro las ecuaciones

$$3A + 6B - 3A + B = 21 + 0$$

$$7B = 21$$

$$B = \frac{21}{7}$$

$$B = 3$$

Sustituyendo B en la ecuación 1

$$A + 2(3) = 7$$

$$A = 7 - 6$$

$$A = 1$$

Dado que

$$\frac{7x}{(2x+1)(x-3)} \equiv \frac{A}{(2x+1)} + \frac{B}{(x-3)}$$

Entonces:

$$\frac{7x}{(2x+1)(x-3)} \equiv \frac{1}{(2x+1)} + \frac{3}{(x-3)}$$

Sesión 2

Fracciones parciales de fracciones con factores lineales repetidos

El punto 2 del teorema mencionado anteriormente nos da la forma de las fracciones parciales de fracciones con denominadores que contienen factores lineales repetidos.
Ejemplo: Expresar la siguiente fracción como suma de fracciones parciales.

$$\frac{2x^3 + 7x^2 + 15x + 8}{x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 8x}$$

SEMANA 3 – 30 OCT a 3 NOV

Solución:

Primero observamos que la fracción es propia y factorizamos completamente el denominador

$$\frac{2x^3+7x^2+15x+8}{x^4+6x^3+12x^2+8x}=\frac{2x^3+7x^2+15x+8}{x(x^3+6x^2+12x+8)}=\frac{2x^3+7x^2+15x+8}{x(x+2)^3}$$
$$=\frac{2x^3+7x^2+15x+8}{x(x+2)(x+2)(x+2)}$$

Como se puede observar el denominador está formado por el producto de dos factores lineales distintos, uno de los cuales se repite 3 veces. Entonces podemos aplicar el punto 1 y el punto 2 del teorema quedando la siguiente identidad:

$$\frac{2x^3+7x^2+15x+8}{x(x+2)(x+2)(x+2)}\equiv\frac{A}{x}+\frac{B}{(x+2)}+\frac{C}{(x+2)^2}+\frac{D}{(x+2)^3}$$

Multiplicando ambos lados por $x(x+2)(x+2)(x+2)$ que es lo mismo que $x(x+2)^3$

$$\frac{x(x+2)^3(2x^3+7x^2+15x+8)}{x(x+2)(x+2)(x+2)}\equiv\frac{A(x)(x+2)^3}{x}+\frac{B(x)(x+2)^3}{(x+2)}+\frac{C(x)(x+2)^3}{(x+2)^2}+\frac{D(x)(x+2)^3}{(x+2)^3}$$

Simplificando

$$(2x^3+7x^2+15x+8)\equiv A(x+2)^3+B(x)(x+2)^2+C(x)(x+2)+D(x)$$

Efectuando las operaciones del lado derecho:

$$(2x^3+7x^2+15x+8)\equiv A(x^3+6x^2+12x+8)+B(x^3+4x^2+4x)+C(x^2+2x)+D(x)$$

$$(2x^3+7x^2+15x+8)\equiv Ax^3+6Ax^2+12Ax+8A+Bx^3+4Bx^2+4Bx+Cx^2+2Cx+Dx$$

Reagrupando términos:

$$(2x^3+7x^2+15x+8)$$
$$\equiv(Ax^3+Bx^3)+(6Ax^2+4Bx^2+Cx^2)+(12Ax+4Bx+2Cx+Dx)+8A$$

Factorizando

$$(2x^3+7x^2+15x+8)\equiv x^3(A+B)+x^2(6A+4B+C)+x(12A+4B+2C+D)+8A$$

Al ser una identidad ($\equiv$), podemos relacionar los coeficientes de los términos del lado izquierdo con sus correspondientes del lado derecho y se obtienen las siguientes ecuaciones:

$A+B=2$ Ecuación 1

$6A+4B+C=7$ Ecuación 2

$12A+4B+2C+D=15$ Ecuación 3

$8A=8$ Ecuación 4

SEMANA 3 – 30 OCT a 3 NOV

Para obtener los valores de A, B, C y D, resolvemos el sistema de ecuaciones. Utilizaremos el método de sustitución.

Despejamos A en la ecuación 4

$$8A = 8$$
$$A = 1$$

Sustituimos A en la ecuación 1

$$(1) + B = 2$$
$$B = 1$$

Sustituimos A y B en la ecuación 2

$$6(1) + 4(1) + C = 7$$
$$C = 7 - 6 - 4$$
$$C = -3$$

Sustituimos A, B y C en la ecuación 3

$$12(1) + 4(1) + 2(-3) + D = 15$$
$$D = 15 - 12 - 4 + 6$$
$$D = 5$$

Dado que:

$$\frac{2x^3 + 7x^2 + 15x + 8}{x(x+2)(x+2)(x+2)} \equiv \frac{A}{x} + \frac{B}{(x+2)} + \frac{C}{(x+2)^2} + \frac{D}{(x+2)^3}$$

Entonces:

$$\frac{2x^3 + 7x^2 + 15x + 8}{x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 8x} \equiv \frac{1}{x} + \frac{1}{(x+2)} - \frac{3}{(x+2)^2} + \frac{5}{(x+2)^3}$$

Sesión 3 y 4

I. Realiza la actividad de aprendizaje 4

SEMANA 3 – 30 OCT a 3 NOV

Actividad de aprendizaje 4

Aprendizajes esperados:
A.E.5 Resuelve los diferentes tipos de fracciones parciales
Atributos de las competencias genéricas:
4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
Competencias disciplinares:
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.

I. Realiza la descomposición en fracciones parciales de las siguientes expresiones.

a) $\frac{3x+6}{(x-2)(x+4)}$

b) $\frac{3x^2-5x-52}{(x+2)(x-3)(x+5)}$

c) $\frac{x^3+2x^2-1}{x^2+x-6}$

d) $\frac{(x-9)}{x^2-9}$

e) $\frac{3x-1}{(x+1)^2}$

f) $\frac{9x^3+16x^2+3x-10}{x^3(x+5)}$

Videos complementarios

Fracciones parciales con factores lineales

SEMANA 3 – 30 OCT a 3 NOV

Actividad de Reforzamiento: Responde la práctica contenida en el siguiente link:

- ✓ https://es.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-rational-expr-eq-func/alg-partial-fraction/e/partial_fraction_expansion_1

DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR
DEPARTAMENTO DE SERVICIOS EDUCATIVOS
ESCUELA PREPARATORIA No.06,
ALIANZA DE CAMIONEROS

ASIGNATURA: Álgebra Avanzada	LISTA DE COTEJO Bloque 2 ADA 4		Nombre de Evidencia: ADA 4 Valor: 8%
Nombre(s):	GRADO y GRUPO:	FECHA:	

Elemento	Valor en pts.	Valor alcanzados	Observaciones
-Entrega en tiempo y forma junto con la lista de cotejo.	0.5		Menos 20% del valor total del ADA por entregar fuera de tiempo
-Los ejercicios son claros y legibles	1		
Contenido			
Parte I. Resuelve correctamente cada una de las ecuaciones dadas, haciendo uso adecuado de las propiedades de los números. 1 c/u	6		
Participación y actitudes			
Demuestran una actitud positiva con el profesor y sus compañeros.	0.5		*En caso de plagio total o parcial se anulará. Quedando una calificación de CERO para esta ADA
Total	8		

SEMANA 4 – 6 NOV a 10 NOV

Sesión 1

Fracciones parciales de fracciones con factores cuadráticos distintos

El punto 3 del teorema nos da la forma de las fracciones parciales de fracciones con denominadores que contienen factores cuadráticos distintos.
Ejemplo: Expresar la siguiente fracción como suma de fracciones parciales.

$$\frac{x^3+x^2+4x+1}{x^4+x^3+2x^2+x+1}$$

Solución:
Primero observamos que la fracción es propia y factorizamos completamente el denominador

$$\frac{x^3+x^2+4x+1}{x^4+x^3+2x^2+x+1}=\frac{x^3+x^2+4x+1}{x^4+x^3+x^2+x^2+x+1}=\frac{x^3+x^2+4x+1}{(x^4+x^3+x^2)+(x^2+x+1)}$$

$$=\frac{x^3+x^2+4x+1}{x^2(x^2+x+1)+1(x^2+x+1)}=\frac{x^3+x^2+4x+1}{(x^2+1)(x^2+x+1)}$$

Las expresiones en el denominador son irreducibles en el campo de los números reales, es decir el denominador ha quedado completamente factorizado, de modo que, está formado por el producto de dos factores cuadráticos distintos. Entonces podemos aplicar el punto 3 del teorema quedando la siguiente identidad:

$$\frac{x^3+x^2+4x+1}{(x^2+1)(x^2+x+1)}\equiv\frac{Ax+B}{(x^2+1)}+\frac{Cx+D}{(x^2+x+1)}$$

Multiplicando ambos lados por $(x^2+1)+(x^2+x+1)$

$$\frac{(x^3+x^2+4x+1)(x^2+1)+(x^2+x+1)}{(x^2+1)(x^2+x+1)}$$
$$\equiv\frac{(Ax+B)(x^2+1)(x^2+x+1)}{(x^2+1)}+\frac{(Cx+D)(x^2+1)(x^2+x+1)}{(x^2+x+1)}$$

Simplificando:

$$x^3+x^2+4x+1\equiv(Ax+B)(x^2+x+1)+(Cx+D)(x^2+1)$$

Efectuando las operaciones del lado derecho:

$$x^3+x^2+4x+1\equiv Ax^3+Ax^2+Ax+Bx^2+Bx+B+Cx^3+Cx+Dx^2+D$$

Reagrupando términos:

$$x^3+x^2+4x+1\equiv(Ax^3+Cx^3)+(Ax^2+Bx^2+Dx^2)+(Ax+Bx+Cx)+(B+D)$$

SEMANA 4 – 6 NOV a 10 NOV

Factorizando:

$$x^3 + x^2 + 4x + 1 \equiv x^3(A + C) + x^2(A + B + D) + x(A + B + C) + (B + D)$$

Al ser una identidad (≡), podemos relacionar los coeficientes de los términos del lado izquierdo con sus correspondientes del lado derecho y se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{array}{ll} A + C = 1 & \text{Ecuación 1} \\ A + B + D = 1 & \text{Ecuación 2} \\ A + B + C = 4 & \text{Ecuación 3} \\ B + D = 1 & \text{Ecuación 4} \end{array}$$

Para obtener los valores de A, B, C y D, resolvemos el sistema de ecuaciones. Utilizaremos el método de Gauss-Jordan

Escribimos la matriz aumentada del sistema:

$$\left(\begin{array}{cccc:c} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

Realizamos operaciones de renglones para llegar a la matriz identidad

$$\left(\begin{array}{cccc:c} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) F_3 - F_2 \rightarrow \left(\begin{array}{cccc:c} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) F_2 - F_1 \rightarrow \left(\begin{array}{cccc:c} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) F_4 - F_2 \rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{cccc:c} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) F_1 - F_4 \rightarrow \left(\begin{array}{cccc:c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) F_4 - F_3 \rightarrow \left(\begin{array}{cccc:c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right) F_3 + F_4 \rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{cccc:c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right) F_2 + F_3 - F_4 \rightarrow \left(\begin{array}{cccc:c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right)$$

De la última matriz obtenemos que:

$$A = 0, \; B = 3, \; C = 1 \;\; \text{y} \;\; D = -2$$

Dado que:

$$\frac{x^3 + x^2 + 4x + 1}{(x^2 + 1)(x^2 + x + 1)} \equiv \frac{Ax + B}{(x^2 + 1)} + \frac{Cx + D}{(x^2 + x + 1)}$$

SEMANA 4 – 6 NOV a 10 NOV

Entonces:

$$\frac{x^3+x^2+4x+1}{x^4+x^3+2x^2+x+1} \equiv \frac{3}{(x^2+1)} + \frac{x-2}{(x^2+x+1)}$$

Sesión 2

Fracciones parciales de fracciones con factores cuadráticos repetidos

Por último, el punto 4 del teorema nos da la forma de las fracciones parciales de fracciones con denominadores que contienen factores cuadráticos repetidos.

Ejemplo: Expresar la siguiente fracción como suma de fracciones parciales.

$$\frac{x^4-x^3+8x^2-6x+7}{(x-1)(x^4+4x^2+4)}$$

Solución:

Primero observamos que la fracción es propia y que las expresiones del denominador no están completamente factorizadas, por lo que procedemos a factorizarlo completamente.

$$\frac{x^4-x^3+8x^2-6x+7}{(x-1)(x^4+4x^2+4)} = \frac{x^4-x^3+8x^2-6x+7}{(x-1)(x^2+2)^2}$$

Ahora las expresiones en el denominador son irreducibles en el campo de los números reales, es decir el denominador ha quedado completamente factorizado, de modo que, está formado por el producto de dos factores; uno lineal y uno cuadrático que se repite 2 veces. Entonces podemos aplicar los puntos 1 y 4 del teorema quedando la siguiente identidad:

$$\frac{x^4-x^3+8x^2-6x+7}{(x-1)(x^2+2)^2} \equiv \frac{A}{(x-1)} + \frac{Bx+C}{(x^2+2)} + \frac{Dx+E}{(x^2+2)^2}$$

Multiplicando ambos lados por $(x-1)(x^2+2)^2$

$$\frac{x^4-x^3+8x^2-6x+7(x-1)(x^2+2)^2}{(x-1)(x^2+2)^2} \equiv \frac{(A)(x-1)(x^2+2)^2}{(x-1)} + \frac{(Bx+C)(x-1)(x^2+2)^2}{(x^2+2)} + \frac{(Dx+E)(x-1)(x^2+2)^2}{(x^2+2)^2}$$

Simplificando:

$$x^4-x^3+8x^2-6x+7 \equiv (A)(x^2+2)^2 + (Bx+C)(x-1)(x^2+2) + (Dx+E)(x-1)$$

SEMANA 4 – 6 NOV a 10 NOV

Efectuando las operaciones del lado derecho:

$$x^4 - x^3 + 8x^2 - 6x + 7 \equiv A(x^4 + 4x^2 + 4) + (Bx + C)(x^3 - x^2 + 2x - 2) + (Dx + E)(x - 1)$$

$$x^4 - x^3 + 8x^2 - 6x + 7 \equiv Ax^4 + 4Ax^2 + 4A + Bx^4 - Bx^3 + 2Bx^2 - 2Bx + Cx^3 - Cx^2 + 2Cx - 2C + Dx^2 - Dx + Ex - E)$$

Reagrupando

$$x^4 - x^3 + 8x^2 - 6x + 7 \equiv (Ax^4 + Bx^4) + (-Bx^3 + Cx^3) + (4Ax^2 + 2Bx^2 - Cx^2 + Dx^2) + (-2Bx + 2Cx - Dx + Ex) + (4A - 2C - E)$$

Factorizando

$$x^4 - x^3 + 8x^2 - 6x + 7 \equiv x^4(A + B) + x^3(-B + C) + x^2(4A + 2B - C + D) + x(-2B + 2C - D + E) + (4A - 2C - E)$$

Al ser una identidad (≡), podemos relacionar los coeficientes de los términos del lado izquierdo con sus correspondientes del lado derecho y se obtienen las siguientes ecuaciones:

$A + B = 1$ Ecuación 1
$-B + C = -1$ Ecuación 2
$4A + 2B - C + D = 8$ Ecuación 3
$-2B + 2C - D + E = -6$ Ecuación 4
$4A - 2C - E = 7$ Ecuación 5

Para obtener los valores de A, B, C, D y E, resolvemos el sistema de ecuaciones. Utilizaremos el método de Gauss-Jordan

Escribimos la matriz aumentada del sistema:

$$\left(\begin{array}{ccccc:c} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 4 & 2 & -1 & 1 & 0 & 8 \\ 0 & -2 & 2 & -1 & 1 & -6 \\ 4 & 0 & -2 & 0 & -1 & 7 \end{array}\right)$$

Realizamos operaciones de renglones para llegar a la matriz identidad

$$\left(\begin{array}{ccccc:c} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 4 & 2 & -1 & 1 & 0 & 8 \\ 0 & -2 & 2 & -1 & 1 & -6 \\ 4 & 0 & -2 & 0 & -1 & 7 \end{array}\right) F_3 - 4F_1 \rightarrow \left(\begin{array}{ccccc:c} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & -2 & 2 & -1 & 1 & -6 \\ 4 & 0 & -2 & 0 & -1 & 7 \end{array}\right) F_5 - 4F_1 \rightarrow$$

SEMANA 4 – 6 NOV a 10 NOV

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & -2 & 2 & -1 & 1 & -6 \\ 0 & -4 & -2 & 0 & -1 & 3 \end{array}\right) -1F_2 \rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & -2 & 2 & -1 & 1 & -6 \\ 0 & -4 & -2 & 0 & -1 & 3 \end{array}\right) \begin{array}{l} F_1 - F_2 \longrightarrow \\ \\ F_3 + 2F_2 \longrightarrow \\ F_4 + 2F_2 \longrightarrow \\ F_5 + 4F_2 \longrightarrow \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & -6 & 0 & -1 & 7 \end{array}\right) -\frac{1}{3}F_3 \rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{3} & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & -6 & 0 & -1 & 7 \end{array}\right) \begin{array}{l} F_1 - F_3 \longrightarrow \\ F_2 + F_3 \longrightarrow \\ \\ \\ F_5 + 6F_3 \longrightarrow \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 1/3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1/3 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1/3 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -1 & -5 \end{array}\right) -1F_4 \rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 1/3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1/3 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1/3 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -1 & -5 \end{array}\right) \begin{array}{l} F_1 - \frac{1}{3}F_4 \longrightarrow \\ F_2 + \frac{1}{3}F_4 \longrightarrow \\ F_3 + \frac{1}{3}F_4 \longrightarrow \\ \\ F_5 + 2F_4 \longrightarrow \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 1/3 & 2/3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1/3 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1/3 & -2/3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 3 \end{array}\right) -\frac{1}{3}F_5 \rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 1/3 & 2/3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1/3 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1/3 & -2/3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right) \begin{array}{l} F_1 - \frac{1}{3}F_5 \longrightarrow \\ F_2 + \frac{1}{3}F_5 \longrightarrow \\ F_3 + \frac{1}{3}F_5 \longrightarrow \\ F_4 + F_5 \longrightarrow \\ \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right)$$

De la última matriz obtenemos que:

$$A = 1,\ B = 0,\ C = -1,\ D = 3 \ \text{ y } \ E = -1$$

Dado que:

$$\frac{x^4 - x^3 + 8x^2 - 6x + 7}{(x-1)(x^2+2)^2} \equiv \frac{A}{(x-1)} + \frac{Bx + C}{(x^2+2)} + \frac{Dx + E}{(x^2+2)^2}$$

Entonces:

$$\frac{x^4 - x^3 + 8x^2 - 6x + 7}{(x-1)(x^4 + 4x^2 + 4)} = \frac{1}{(x-1)} - \frac{1}{(x^2+2)} + \frac{3x - 1}{(x^2+2)^2}$$

Sesión 3 y 4

I. Realiza la actividad de aprendizaje 5

SEMANA 4 – 6 NOV a 10 NOV

Actividad de aprendizaje 5

Aprendizajes esperados:
A.E.5 Resuelve los diferentes tipos de fracciones parciales
Atributos de las competencias genéricas:
4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
Competencias disciplinares:
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.

I. Une con una línea cada expresión, con la descomposición en fracciones parciales que le corresponde según el Teorema fundamental de la descomposición de una fracción en sus fracciones parciales simples.

$$\frac{3x-5}{(x+2)(x-7)} \qquad\qquad \frac{Ax+B}{(x^2+2)}+\frac{Cx+D}{(x^2-7)}$$

$$\frac{4x^2+2}{(x+2)^2(x-7)} \qquad\qquad \frac{Ax+B}{(x^2+2)}+\frac{Cx+D}{(x^2+2)^2}+\frac{E}{(x-7)}$$

$$\frac{2x^2+x-2}{(x^2+2)^2(x-7)} \qquad\qquad \frac{A}{(x+2)}+\frac{B}{(x-7)}$$

$$\frac{x^2+5x-2}{(x^2+2)(x^2-7)} \qquad\qquad \frac{A}{(x+2)}+\frac{B}{(x+2)^2}+\frac{C}{(x-7)}$$

SEMANA 4 – 6 NOV a 10 NOV

I. Resuelve las siguientes ecuaciones para x

a) $\frac{2x^3-4x^2+4x-4}{(x^2+1)(x^2+2)}$

b) $\frac{2x^2+x+3}{x^4+5x^2+6}$

c) $\frac{x^3+2x^2+3x}{(x^2+x+1)^2}$

d) $\frac{3x-1}{(x^2+1)^2}$

e) $\frac{2x^3-4x^2-x+2}{(x^2-x)^2}$

Videos complementarios

Fracciones parciales con factores cuadráticos

Actividad de Reforzamiento: Realiza el reforzamiento correspondiente a esta ADA en la clase de Álgebra Avanzada en la plataforma Classroom.

SEMANA 4 – 6 NOV a 10 NOV

DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR
DEPARTAMENTO DE SERVICIOS EDUCATIVOS
ESCUELA PREPARATORIA No.06,
ALIANZA DE CAMIONEROS

ASIGNATURA: Álgebra Avanzada	LISTA DE COTEJO Bloque 2 ADA 5	Nombre de Evidencia: ADA 5 Valor: 8%
Nombre(s):	GRADO y GRUPO:	FECHA:

Elemento	Valor en pts.	Valor alcanzados	Observaciones
-Entrega en tiempo y forma junto con la lista de cotejo.	0.5		Menos 20% del valor total del ADA por entregar fuera de tiempo
-Los ejercicios son claros y legibles			
Contenido			
Parte I. Relaciona correctamente cada expresión con su correspondiente composición. (0.5 c/u)	2		
Parte I. Resuelve correctamente cada una de las ecuaciones dadas, haciendo uso adecuado de las propiedades de los números. 1c/u	5		
Participación y actitudes			
Demuestran una actitud positiva con el profesor y sus compañeros.	0.5		*En caso de plagio total o parcial se anulará. Quedando una calificación de CERO para esta ADA
Total	8		

SEMANA 4 – 6 NOV a 10 NOV

METACOGNICIÓN Y AUTOEVALUACIÓN

Reflexiona sobre tu desempeño durante el bloque en esta asignatura y responde las siguientes preguntas.

1. Enlista todos los aprendizajes que estás seguro adquiriste durante el bloque.

2. ¿En qué situaciones crees será de utilidad lo que has aprendido?

3. Enlista todos los aprendizajes que no estás seguro de haber logrado y describe cuales creen que fueron las causas.

4. Consideras que estás satisfecho con tu desempeño durante este bloque. ¿Por qué?

SEMANA 4 – 6 NOV a 10 NOV

5. ¿Estás conforme con la calificación obtenida en este bloque? Si la respuesta es No, ¿Cuál crees que es la calificación que debiste obtener y por qué?

6. Al final del bloque 1, hiciste compromisos de mejora para este bloque, ¿los cumpliste? Sí o No ¿Por qué?

Ahora, reflexiona sobre el desempeño de du maestro durante el bloque y responde lo siguiente.

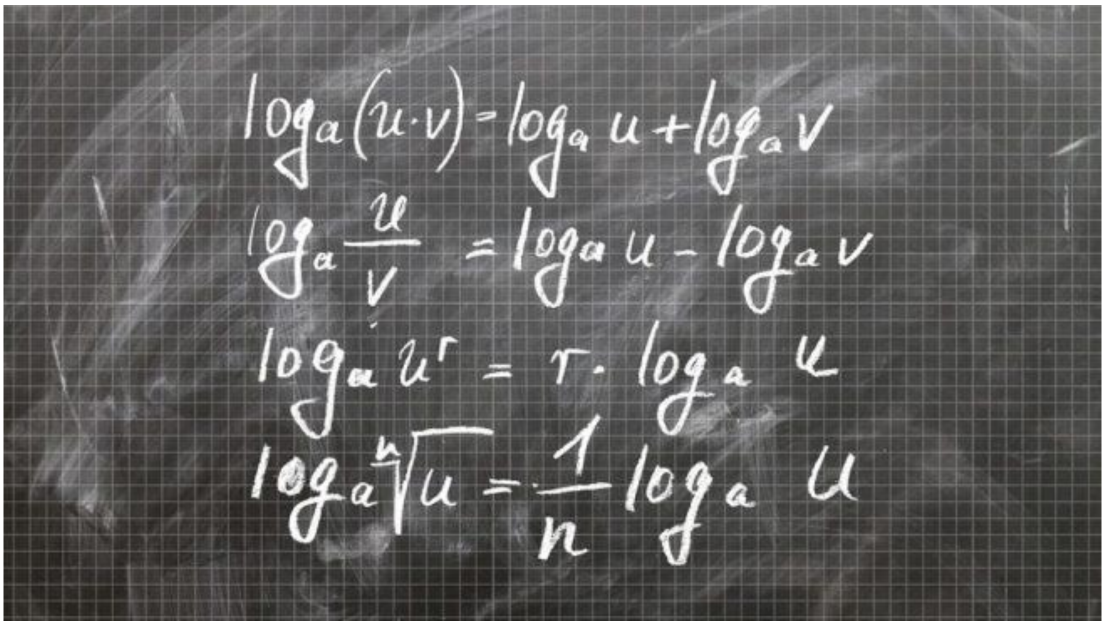
1. ¿Crees que el docente tomó en cuenta las sugerencias que hiciste al finalizar el bloque 1? ¿Qué aspectos falta por mejorar, ya sea en actitud o en su forma de impartir las clases?

2. Menciona 4 aspectos positivos sobre tu maestro de Álgebra Avanzada y su forma de impartir clase que no te gustaría que cambien.

SEMANA 1 – 27 NOV a 1 DIC

Álgebra Avanzada

Bloque 3



Contenidos específicos

- ¿Qué es un número complejo y cómo lo interpreto en forma gráfica?
- Las raíces complejas en una ecuación.
- El significado de logaritmo y sus propiedades.
- El proceso para abordar una ecuación exponencial y una ecuación logarítmica.

Aprendizajes esperados

A.E.6. Interpreta en forma gráfica los números complejos.
A.E.7. Resuelve ecuaciones exponenciales y logarítmicas.

SEMANA 1 – 27 NOV a 1 DIC

Instrucciones generales del bloque 3

Bienvenido al tercer bloque de la asignatura optativa ***Álgebra Avanzada***. Para alcanzar los aprendizajes y elaborar los productos esperados, en este bloque trabajaremos de la siguiente manera:

1. **Respecto a las sesiones de clase:** Se tendrán 4 sesiones semanales, distribuidas de acuerdo con horario escolar vigente. Durante las sesiones se espera que:
   - ✓ Te presentes puntualmente.
   - ✓ Cuentes con el material impreso.
   - ✓ Sigas en todo momento las indicaciones del docente.

2. **Respecto al uso de plataforma.** De forma paralela a las sesiones de clase presenciales, se usará la plataforma (Classroom o Schoology), para acceso a material complementario (videos, quiz, material de lectura) y actividades de reforzamiento.

3. **Respecto a la asistencia**. Es necesario cubrir el 80% de asistencia durante el bloque. Es importante considerar que las sesiones dobles implican una doble asistencia o inasistencia.

4. **Respecto a la elaboración y entrega de ADAS:**
   - ✓ Las actividades de aprendizaje (ADAS) se realizarán de forma individual o máximo en binas, de acuerdo con las indicaciones de tu docente.
   - ✓ Deben realizar la lectura del material de apoyo y ver los videos propuestos, previo a la realización de cada ADA.
   - ✓ Todas las ADAS se realizarán a mano. NO se aceptarán actividades realizadas en computadora.
   - ✓ La entrega de las ADAS será de manera presencial en hoja aparte (de su libreta o en blanco) y con la lista de cotejo impresa al final.
   - ✓ La entrega fuera de tiempo causará una sanción de -20% del valor del ADA.

5. **Respecto al producto integrador*:** En este bloque, el producto integrador consiste en una práctica evaluativa en la cual aplicarás los aprendizajes adquiridos.
   - ✓ La práctica evaluativa se realizará en equipos de 2 a 3 personas. Los equipos serán formados por el docente.
   - ✓ La práctica evaluativa se realizará de forma presencial en la fecha indicada en el calendario de evaluaciones correspondientes al bloque.
   - ✓ La práctica evaluativa se entregará en físico, respetando el formato solicitado en la lista de cotejo.
   - ✓ Se entregará una práctica evaluativa por equipo.

6. **Respecto a la conformación de equipos de trabajo.** El docente integrará equipos de 2 o 3 personas con los que trabajarán para elaborar el producto integrador. La lista de los equipos será publicada en la plataforma Classroom y será compartida también a través de sus jefes de grupo.
   - ✓ NO se permiten cambios de equipo sin autorización.

NOTA: En caso de plagio total o parcial, en ADAS y/o producto integrador, se anulará la calificación obtenida para todos los involucrados. Quedando una calificación de CERO para el criterio correspondiente.

SEMANA 1 – 27 NOV a 1 DIC

8. **Respecto a los criterios de evaluación del bloque:**

60%

- Criterio 1: Práctica Evaluativa

40%

- ADAS**
- ADA 1: Representación de npumeros complejos..........10%
- ADA 2: Operaciones y ecuaciones complejas...............15%
- ADA 3: Ecuaciones exponenciales y logarítmicas.........15%

*PUEDES CONSULTAR LA LISTA DE COTEJO AL FINAL DEL BLOQUE.

**Para tener derecho a la calificación obtenida en las ADAS, es requisito cumplir con la evaluación diagnóstica y la metacognición.

Descripción de producto integradore bloque 3

Criterio 1: Práctica evaluativa

En este bloque se realizará como primer producto integrador una práctica evaluativa en la cual aplicarás propiedades y operaciones de los números complejos, así como la resolución de ecuaciones exponenciales y logarítmicas de forma escrita, respetuosa y colaborativa; con honestidad y responsabilidad.

SEMANA 1 – 27 NOV a 1 DIC

Sesión 1

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

Instrucciones: De manera individual realiza lo que se te indica en cada apartado**.**

I. Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $x^2 - 16 = 0$

b) $x^2 + 1$

c) $2x^2 + 8 = 0$

d) $x^2 + 2x + 4 = 0$

e) $x^3 - 8 = 0$

SEMANA 1 – 27 NOV a 1 DIC

IV. ¿Qué parte de los ejercicios anteriores se te dificultó más?

V. Lee la lista de aprendizajes esperados correspondientes al bloque III y describe brevemente qué esperas del bloque y cómo consideras que esos aprendizajes van a contribuir a tu formación

SEMANA 1 – 27 NOV a 1 DIC

Sesión 2

Números complejos

Hasta ahora no hemos limitado al uso del sistema de los números reales. Sin embargo, al resolver la evaluación diagnóstica, habrás notado que para dar solución a las ecuaciones ahí planteadas los números reales no son suficientes y se hace necesario utilizar otro tipo de números: los números complejos.

Por ejemplo, vamos a dar solución a la ecuación $x^2 + 1 = 0$
La ecuación es incompleta pura por lo que podemos usar el método de la raíz cuadrada, quedando:

$$x^2 + 1 = 0$$
$$x^2 = -1$$
$$x = \pm\sqrt{-1}$$

La solución resulta ser $x_1 = \sqrt{-1}$ y $x_2 = -\sqrt{-1}$

Según la regla de los signos de la multiplicación de los números reales, todo número real tiene la propiedad de que su cuadrado es un número real positivo. Esto significa que la ecuación no tiene solución real, pues $\sqrt{-1}$ no está definida en el campo de los números reales, ya que no existe número real que elevado al cuadrado de cómo resultado -1.

Para que sea posible la resolución de la ecuación, introducimos un nuevo ***número imaginario*** que se representa con la letra i y que cumple con la propiedad de que al elevarlo al cuadrado su resultado es -1, es decir $i^2 = -1$. Por lo tanto $i = \sqrt{-1}$, cantidad que se conoce como ***unidad imaginaria.***

Así tenemos que la solución de la ecuación planteada inicialmente es $x_1 = i$ y $x_2 = -i$

Veamos ahora el caso de la ecuación $x^2 + 2x + 4$. Esta es una ecuación de segundo grado completa y se puede resolver utilizando la fórmula general.
Tenemos que: $a = 1$, $b = 2$ y $c = 4$
Sustituyendo en la fórmula general:

$$x = \frac{-(2) \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(4)}}{2(1)} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 16}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-12}}{2} = \frac{-2 \pm \left(\sqrt{12} \cdot \sqrt{-1}\right)}{2}$$

Sustituyendo la unidad imaginaria

$$x = \frac{-2 \pm (\sqrt{12}i)}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 \cdot 3}i}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}\, i}{2} = -1 \pm \sqrt{3}\, i$$

SEMANA 1 – 27 NOV a 1 DIC

Entonces la solución es $x_1 = -1 + \sqrt{3}\, i$ y $x_2 = -1 - \sqrt{3}\, i$

La solución anterior contiene números de la forma $a + bi$, donde a y b son números reales e i es la unidad imaginaria. Los números de la forma $a + bi$ son llamados números complejos.

Los **números complejos** son números de la forma $a + bi$, en donde a y b son números reales e i es la unidad imaginaria.

Si $a = 0$ y $b \neq 0$, el número complejo $a + bi$ toma la forma bi, a estos números se les llama números imaginarios puros y son un caso particular de los números complejos. Ahora, si $b = 0$, el número complejo $a + bi$ toma la forma a, el cual es un número real; por lo tanto, el conjunto de los números reales es un subconjunto de los números complejos. De esta manera el conjunto de los números hasta ahora conocidos queda de la siguiente manera:

$$\text{Complejos}\left\{\begin{array}{l}\text{Reales}\left\{\begin{array}{l}\text{Racionales}\left\{\begin{array}{l}\text{Enteros}\left\{\begin{array}{l}\text{Positivos}\\ \text{Cero}\\ \text{Negativos}\end{array}\right.\\ \text{Fraccionarios}\end{array}\right.\\ \text{Irracionales}\end{array}\right.\\ \text{Imaginarios}\end{array}\right.$$

Nótese que las raíces obtenidas en la ecuación anterior $x_1 = -1 + \sqrt{3}\, i$ y $x_2 = -1 - \sqrt{3}\, i$ solo difieren en el signo de la cantidad imaginaria; a los números con esa característica se les llama **números complejos conjugados.** Si $c_1{}^*$ representa un número complejo, su conjugado se denota como $\overline{c_2}$. En cambio, si un número complejo c_2 solo difiere en los signos (tanto de su parte imaginaria como real) respecto al número complejo c_1, se dice que c_2 es el **negativo** de c_1**.**

El **negativo (también llamado opuesto)** de un número complejo $a + b\, i$ es $-a - b\, i$

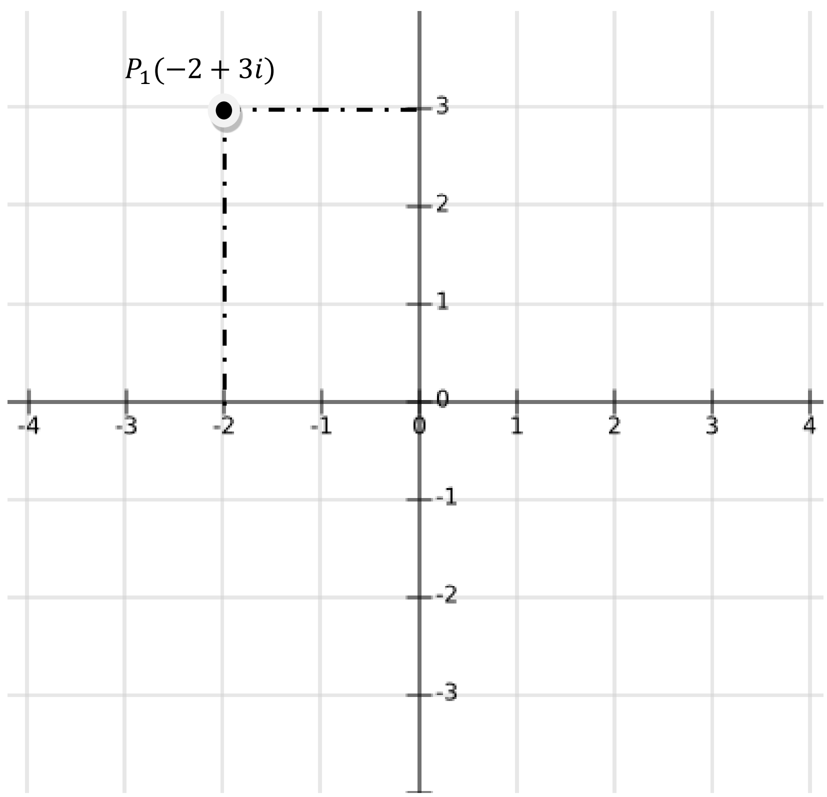
***Nota:** En ocasiones se denota a los números reales con la letra z

SEMANA 1 – 27 NOV a 1 DIC

Sesión 2 y 3

Representación rectangular y representación polar

Los números reales pueden representarse geométricamente como un punto en la recta numérica. Sin embargo, para representar geométricamente un número complejo $a + bi$ se requiere de un sistema de coordenadas rectangulares, ya que es necesario representar tanto al número real como al número imaginario puro. En el eje X se representa a los números reales y en el eje Y a los números imaginarios puros. Por ejemplo, el número $-1 + 3i$ queda representado geométricamente de la siguiente manera:



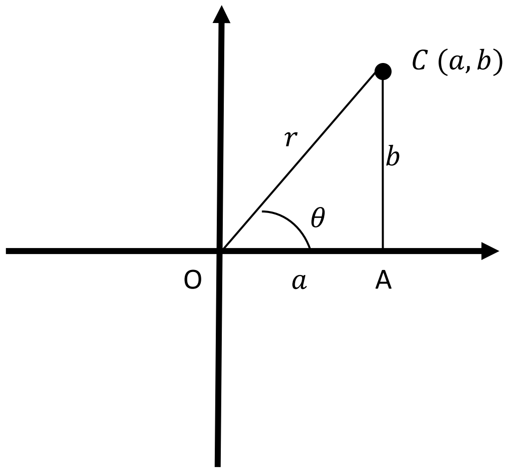
Debido a esta representación, el numero complejo $a + bi$ se le conoce como la ***forma rectangular*** o forma canónica (en ocasiones también llamada binómica) de un número complejo.

El plano en el que se representan los números complejos se conoce como **plano complejo.**

Otra forma de representar a los números complejos es la ***forma polar,*** la cual es una forma trigonométrica que se obtiene a partir de la forma rectangular como veremos a continuación.

SEMANA 1 – 27 NOV a 1 DIC

Sea el número complejo $c = a + bi$, representado geométricamente en la siguiente gráfica:



OC es el segmento que une el origen y el punto C que representa el número complejo y cuya longitud es r. AC es la perpendicular al eje X, trazada desde C. θ es el ángulo COA. Entonces por trigonometría se obtienen las relaciones siguientes:

$$a = r \cdot cos\theta$$

$$b = r \cdot sen\theta$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}\ , \quad r \geq 0$$

$$tan\theta = \frac{b}{a}\ , \quad a \neq 0$$

Entonces:

$$a + b\,i = (r\ cos\theta) + (r\ sen\theta)i$$

$$a + b\,i = r(cos\theta + i\ sen\theta)$$

Por lo tanto $c = r(cos\theta + i\ sen\theta)$ y a esta forma de representar al número complejo se le conoce como ***la forma polar.*** Donde r es el ***módulo o valor absoluto*** del número complejo c, el cual siempre tendrá un valor positivo.

El ángulo θ es la ***amplitud o argumento*** del número complejo y tomaremos su valor principal cuyo dominio será $0° \leq \theta \leq 360°$, a menos que se especifique lo contrario.

SEMANA 1 – 27 NOV a 1 DIC

Ejemplo: Convertir el número complejo $c_1 = -4 + 3\,i$ a su forma polar

Calculamos r y θ. Como $a = -4$ y $b = 3$ entonces:

$$r = \sqrt{(-4)^2 + (3)^2}$$

$$r = \sqrt{16 + 9}$$

$$r = \sqrt{25} = 5$$

$$tan\theta = \frac{3}{-4} = -0.75$$

$$\theta = tan^{-1}(-0.75)$$

$$\theta = -36.87°$$

Se dijo que el dominio del argumento es $0° \leq \theta \leq 360°$, entonces para el ángulo -36.87° tomaremos un valor equivalente que se encuentre en dicho intervalo, y como el número complejo se encuentra en el segundo cuadrante, entonces $\theta = 143.13°$.

Así, tenemos que el número complejo $c_1 = -4 + 3\,i$, representado en su forma polar es:

$$c_1 = 5(cos 143.13° + i\; sen\; 143.13°)$$

Sesión 4

I. Realiza la actividad de aprendizaje 1

SEMANA 1 – 27 NOV a 1 DIC

Actividad de aprendizaje 1

Aprendizajes esperados:
A.E.6 Interpreta en forma gráfica los números complejos
Atributos de las competencias genéricas:
4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
Competencias disciplinares:
1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos

I. Representa geométricamente el número complejo dado, su conjugado y su negativo.

a) $1+3i$

b) $-2+2i$

c) $-1-2i$

d) $4-2i$

e) $3i$

f) $5-\sqrt{-4}$

g) $\sqrt{-9}+1$

h) -3

II. Calcular el módulo y el argumento y convertir a su forma polar el número complejo dado.

a) $-\sqrt{3}-i$

b) $-2+2\sqrt{3}\,i$

c) -7

d) $3\,i$

e) $2\sqrt{2}-2\sqrt{2}\,i$

f) $-4-4\sqrt{3}\,i$

Videos complementarios

Representación de números complejos

SEMANA 1 – 27 NOV a 1 DIC

III. Expresar los siguientes números complejos en su forma rectangular.

a) $2(cos30° + i\ sen\ 30°)$ b) $3(cos60° + i\ sen60°)$ c) $\sqrt{2}(cos90° + i\ sen\ 90°)$

d) $4(cos180° + i\ sen\ 180°)$ e) $(cos20° + i\ sen\ 20°)$ f) $3(cos45° + i\ sen\ 45°)$

Actividad de Reforzamiento: Responde la práctica contenida en el siguiente link:

- ✓ https://es.khanacademy.org/math/precalculus/x9e81a4f98389efdf:complex/x9e81a4f98389efdf:complex-polar/e/rectangular-and-polar-forms-of-complex-numbers

DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR
DEPARTAMENTO DE SERVICIOS EDUCATIVOS
ESCUELA PREPARATORIA No.06,
ALIANZA DE CAMIONEROS

ASIGNATURA: Álgebra Avanzada	LISTA DE COTEJO Bloque 3 ADA 1	Nombre de Evidencia: ADA 1 Valor: 10%
Nombre(s):	GRADO y GRUPO:	FECHA:

Elemento	Valor en pts.	Valor alcanzados	Observaciones
-Entrega en tiempo y forma junto con la lista de cotejo.	0.6		Menos 20% del valor total del ADA por entregar fuera de tiempo
-Los ejercicios son claros y legibles	0.6		
Contenido			
Parte I. Representa e identifica correctamente los números dados. 0.5 c/u	4		
Parte II. Obtiene correctamente la forma polar de los números dados, mostrando el procedimiento seguido 0.5 c/u	3		
Parte III. Expresa correctamente la forma rectangular de los números dados. 0.2c/u	1.2		
Participación y actitudes			
Demuestran una actitud positiva con el profesor y sus compañeros.	0.6		*En caso de plagio total o parcial se anulará. Quedando una calificación de CERO para esta ADA
Total	10		

SEMANA 2 – 4 DIC a 8 DIC

Sesión 1

Operaciones de los números complejos

Suma y resta de los números complejos.

La suma de dos números complejos es otro número complejo con parte real y parte imaginaria. La parte real es la suma de las partes reales de los números dados y la parte imaginaria la suma de las partes imaginarias, es decir:

$$(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$$

Para el caso de la resta

$$(a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i$$

Ejemplos:
Sumar $(3+4i)+(2-i)$

$$\begin{aligned}(3+4i)+(2-i)&=(3+2)+(4+(-1))i\\&=(3+2)+(4-1)i\\&=5+3i\end{aligned}$$

Restar $(3-2i)-(4+6i)$

$$\begin{aligned}(3-2i)-(4+6i)&=(3-4)+(-2-6)i\\&=-1+(-8)i\\&=-1-8i\end{aligned}$$

No es posible sumar y restar números complejos en forma polar. Por tanto, para poder sumar o restar números complejos en forma polar, debemos pasarlos a su forma binómica.

Multiplicación y división de los números complejos

- Multiplicación de los números complejos en su forma binómica

El producto de los números complejos se realiza aplicando la propiedad distributiva del producto respecto de la suma y teniendo en cuenta que $i^2=-1$.

$$(a+bi)\cdot(c+di)=ac+bci+adi+bdi^2$$

Sustituyendo i^2 $$=ac+bci+adi+(-1)bd$$

SEMANA 2 – 4 DIC a 8 DIC

$$= ac + bci + adi - bd$$

Agrupando $$= (ac - bd) + (adi + bci)$$

$$= (ac - bd) + (ad + bc)i$$

$$\boldsymbol{(a + bi) \cdot (c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i}$$

Ejemplo: Realiza el producto de $(5 - 2i) \cdot (2 + i)$

$$\begin{aligned}(5 - 2i) \cdot (2 + i) &= \big((2 \cdot 5) - (-2 \cdot 1)\big) + \big((5 \cdot 1) + (-2 \cdot 2)\big)i \\ &= \big((10) - (-2)\big) + \big((5) + (-4)\big)i \\ &= (10 + 2) + (5 - 4)i \\ &= 12 + i\end{aligned}$$

- Multiplicación de los números complejos en su forma polar

La multiplicación de dos números complejos es otro número complejo tal que:

- Su módulo es el producto de los módulos.
- Su argumento es la suma de los argumentos.

Es decir:

$$r_1(cos\theta_1 + i\, sen\theta_1) \cdot r_2(cos\theta_2 + i\, sen\theta_2) = r_1 \cdot r_2(\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\, sen(\theta_1 + \theta_2))$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}2(cos135° + i\, sen135°) \cdot \sqrt{3}(cos30° + i\, sen30°) &= 2 \cdot \sqrt{3}(\cos(135° + 30°) + i\, sen(135° + 30°)) \\ &= 2\sqrt{3}(\cos 165° + isen\, 165°)\end{aligned}$$

- División de los números complejos en su forma binómica

Para dividir números complejos en forma binómica se multiplica numerador y denominador por el conjugado del denominador y se realizan las operaciones correspondientes.

$$\frac{(a + bi)}{(c + di)} = \frac{(a + bi)}{(c + di)} \cdot \frac{(c - di)}{(c - di)} = \frac{(ac + bd) + (bc - ad)i}{c^2 + d^2} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2}i$$

$$\boldsymbol{\frac{(a + bi)}{(c + di)} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2}i}$$

SEMANA 2 – 4 DIC a 8 DIC

Ejemplo:

$$\frac{5+2i}{-2+i}=\frac{(5\cdot -2)+(2\cdot 1)}{(-2)^2+(1)^2}+\frac{(2\cdot -2)-(5\cdot 1)}{(-2)^2+(1)^2}i$$

$$=\frac{-10+2}{4+1}+\frac{-4-5}{4+1}i$$

$$=\frac{-8}{5}+\frac{-9}{5}i$$

$$=-\frac{8}{5}-\frac{9}{5}i$$

- División de los números complejos en su forma polar

La división de dos números complejos es otro número complejo tal que:

- Su módulo es el cociente de los módulos.
- Su argumento es la diferencia de los argumentos.

$$\frac{r_1(cos\theta_1+i\ sen\theta_1)}{r_2(cos\theta_2+i\ sen\theta_2)}=\frac{r_1}{r_2}(\cos(\theta_1-\theta_2)+\text{sen}\ (\theta_1-\theta_2))$$

Ejemplo:

$$\frac{4(cos70°+i\ sen70°)}{2(cos15°+i\ sen15°)}=2(\cos(55°)+i\ \text{sen}(55°))$$

Sesión 2

Potencias y raíces de números complejos en su forma polar

- Potencias

Dado un número complejo $r(cos\theta+i\ sen\theta)$ y n un número entero y positivo. Se cumple que:

$$[r(cos\theta+i\ sen\theta)]^n=r^n(cosn\theta+i\ sen\ n\theta)$$

A esta relación se le llama el *teorema de Moivre.*

Teorema de Moivre: Si n es cuqlquier número entero y positivo, y si r y θ son, respectivamente el módulo y el argumento o amplitud de cualquier número complejo, entonces:

$$[r(cos\theta+i\ sen\theta)]^n=r^n(cosn\theta+i\ sen\ n\theta),$$

es decir, si n es un entero positivo, el módulo de la n-ésima potencia de un número complejo es igual a la n-ésima potencia del módulo de ese número, y la amplitud de la n-ésima potencia es igual a n veces la amplitud del número.

SEMANA 2 – 4 DIC a 8 DIC

Ejemplo: Calcular $[2(cos330° + i\ sen\ 330°)]^6$

Por el teorema de Moivre

$$[2(cos330° + i\ sen\ 330°)]^6 = 2^6(cos6(330°) + i\ sen\ 6(330°)$$

$$= 64(cos1980° + i\ sen\ 1980°)$$

Convertimos 1980° en un ángulo equivalente que este en el intervalo $0° \leq \theta \leq 360°$. Entonces:

$$[2(cos330° + i\ sen\ 330°)]^6 = 64(cos180° + i\ sen\ 180°)$$

- Raíces de números complejos (radicación)

Recordemos que, dado un número complejo cualquiera c se cumple $\sqrt[n]{c} = c^{1/n}$. Es decir, calcular la raíz n-ésima de un número equivale a elevar dicho número a la potencia $\frac{1}{n}$. De ese modo podemos aplicar el teorema de Moivre para calcular las raíces de números complejos.

Sea n un número entero positivo, r un número positivo y $r^{\frac{1}{n}}$ su raíz principal n-ésima que es también un número positivo único. Consideremos un número complejo $r(cos\theta + i\ sen\theta)$

$$[r(cos\theta + i\ sen\theta)]^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}\left[\frac{1}{n}(cos\theta) + \frac{1}{n}(i\ sen\ \theta)\right] = r^{\frac{1}{n}}\left(\frac{cos\theta}{n} + \frac{i\ sen\ \theta}{n}\right)$$

La fórmula obtenida nos da solamente la raíz n-ésima principal del número complejo. Sin embargo, la raíz n-ésima de un número complejo no es única.

Los valores de las funciones trigonométricas de un ángulo cualquiera no se alteran si el ángulo aumenta o disminuye en un múltiplo de 360°. Por lo tanto, para cualquier número complejo. Si k es un número entero positivo podemos escribir:

$$r(cos\theta + i\ sen\theta) = r[\cos(\theta + k \cdot 360°) + i\ sen(\theta + k \cdot 360°)]$$

Extrayendo la raíz n-ésima en ambos miembros

$$[r(cos\theta + i\ sen\theta)]^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}\left[cos\frac{\theta + k \cdot 360°}{n} + i\ sen\ \frac{\theta + k \cdot 360°}{n}\right]$$

Teorema: Todo número $r(cos\theta + i\ sen\theta)$ (excepto el cero), tiene exactamente n raíces n-ésimas diferentes, dadas por la expresión:

$$r^{\frac{1}{n}}\left[cos\frac{\theta + k \cdot 360°}{n} + i\ sen\ \frac{\theta + k \cdot 360°}{n}\right]$$

En donde k toma sucesivamente los valores $0, 1, 2, \dots, (n-1)$.

SEMANA 2 – 4 DIC a 8 DIC

Gráficamente estas raíces son los vértices de un polígono regular de n lados inscritos en una circunferencia con centro en el origen y de radio $r^{\frac{1}{n}}$.

Ejemplo: Calcular las tres raíces cúbicas de $8(cos 135° + i\ sen\ 135°)$

Aplicamos el teorema de Moivre para $n = 3$

$$[2(cos 135° + i\ sen 135°)]^{\frac{1}{3}} = 8^{\frac{1}{3}}\left[\cos\frac{(135° + k \cdot 360)}{3} + i\ sen \frac{(135 + k \cdot 360°}{3})\right]$$

Entonces las tres raíces son:

Para $k = 0$

$$8^{\frac{1}{3}}\left[\cos\frac{(135° + 0 \cdot 360)}{3} + i\ sen \frac{(135° + 0 \cdot 360°}{3})\right] = \sqrt[3]{8}(cos 45° + i\ sen\ 45°)$$

$$= 2(cos 45° + i\ sen\ 45°) = 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \sqrt{2} + \sqrt{2}\ i$$

Para $k = 1$

$$8^{\frac{1}{3}}\left[\cos\frac{(135° + 1 \cdot 360)}{3} + i\ sen \frac{(135° + 1 \cdot 360°}{3})\right] = \sqrt[3]{8}(cos 165° + i\ sen\ 165°)$$

$$= 2(cos 165° + i\ sen\ 165°) \approx 2(-0.965 + i\ 0.26) \approx -1.93 + 0.52\ i$$

Para $k = 2$

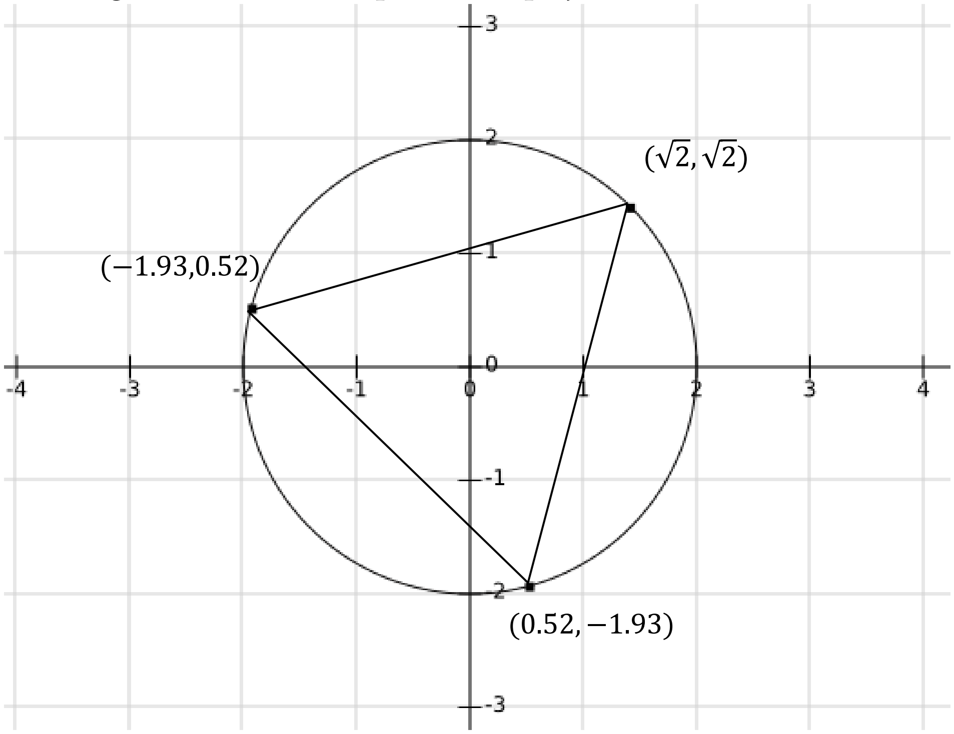
$$8^{\frac{1}{3}}\left[\cos\frac{(135° + 2 \cdot 360)}{3} + i\ sen \frac{(135° + 2 \cdot 360°}{3})\right] = \sqrt[3]{8}(cos 285° + i\ sen\ 285°)$$

$$= 2(cos 285° + i\ sen\ 285°) \approx 2(0.26 - i\ 0.965) \approx 0.52 - 1.93\ i$$

Las tres raíces cubicas son: $\sqrt{2} + \sqrt{2}\ i$, $-1.93 + 0.52\ i$ y $0.52 - 1.93\ i$

SEMANA 2 – 4 DIC a 8 DIC

Si las representamos gráficamente en el plano complejo



Sesión 3

Ecuaciones con raíces complejas

Al inicio del bloque vimos como algunas ecuaciones de segundo grado tienen raíces complejas. En general, una ecuación de grado n, tiene n raíces pueden ser reales o complejas. Estas ecuaciones se pueden resolver utilizando el teorema de Moivre o algebraicamente, por factorización y/o fórmula general.

Ejemplo: Resolver la ecuación $x^3 - 1 = 0$

Sabemos que una ecuación de grado 3, tiene 3 raíces.

<u>Utilizando el teorema de De Moivre</u>

Despejando la incógnita:

$$x^3 = 1$$

$$x = \sqrt[3]{1}$$

El problema se reduce a encontrar la raíz cúbica de 1, que deben ser tres raíces distintas, según el teorema de De Moivre. Convirtiendo 1 a la forma polar:

$$r = \sqrt{(1)^2 + (0)^2} = \sqrt{1} = 1$$

$$tan^{-1}\frac{0}{1} = tan^{-1}(0) = 0°$$

$$1 = (cos0° + isen0°)$$

SEMANA 2 – 4 DIC a 8 DIC

Aplicamos el teorema de Moivre para hallar las raíces con $n = 3$

$$1^{\frac{1}{3}}\left[\cos\frac{0° + k \cdot 360°}{3} + i\,sen\,\frac{0° + k \cdot 360°}{3}\right]$$

Entonces las raíces son:

Para $k = 0$

$$1\left[\cos\frac{0° + 0 \cdot 360°}{3} + i\,sen\,\frac{0° + 0 \cdot 360°}{3}\right] = (cos0° + isen0°) = 1 + 0\,i = \mathbf{1}$$

Para $k = 1$

$$1\left[\cos\frac{0° + 1 \cdot 360°}{3} + i\,sen\,\frac{0° + 1 \cdot 360°}{3}\right] = (cos120° + isen120°) = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} + \frac{\sqrt{\mathbf{3}}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{i}$$

Para $k = 2$

$$1\left[\cos\frac{0° + 2 \cdot 360°}{3} + i\,sen\,\frac{0° + 2 \cdot 360°}{3}\right] = (cos240° + isen240°) = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} - \frac{\sqrt{\mathbf{3}}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{i}$$

Podemos resolver la misma ecuación algebraicamente.

$$x^3 - 1 = 0$$

Factorizando $x^3 - 1$

$$(x - 1)(x^2 + x + 1)$$

Las raíces se obtienen al igualar a cero cada uno de los factores.

El primer factor da la raíz:

$$\boldsymbol{x_1} = \mathbf{1}.$$

Del segundo factor, al ser cuadrático obtenemos dos raíces.

$$x^2 + x + 1 = 0$$

Utilizando la fórmula general:

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{3}\,\mathrm{i}}{2}$$

Entonces:

$$x_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\,i \quad \text{y} \quad x_3 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\,i$$

Como se puede observar, utilizando cualquiera de los dos métodos, las raíces obtenidas son las mismas.

SEMANA 2 – 4 DIC a 8 DIC

Actividad de aprendizaje 2

Aprendizajes esperados:
A.E.6 Interpreta en forma gráfica los números complejos
Atributos de las competencias genéricas:
4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
Competencias disciplinares:
1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos

I. Resuelve las siguientes operaciones.

a) $(1+i)+(3-2i)$

b) $\left(2+\sqrt{-4}\right)-\left(3-\sqrt{-9}\right)$

c) $\sqrt{-4}-\sqrt{-9}+\sqrt{-16}$

d) $\sqrt{-a^2+\frac{1}{2}\sqrt{-4a^2}-\frac{1}{3}\sqrt{-9a^2}}$

e) $2\sqrt{-36}-\sqrt{-49}+7$

f) $(3+2i)(3-2i)$

g) $(1+i)(1-2i)(1+3i)$

h) $\frac{3(cos130°+i\ sen\ 130°)}{2(cos70°+i\ sen\ 70°)}$

i) $\frac{5}{\sqrt{-3}}$

j) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^3$

Videos complementarios

Suma

Resta

Multiplicación

SEMANA 2 – 4 DIC a 8 DIC

k) $\frac{6(cos220°+i\, sen\, 220°)}{3(cos40°+i\, sen\, 40°)}$

l) $4(cos180° + i\, sen\, 180°) \cdot \frac{1}{2}(cos30° + i\, sen\, 30°)$

m) $(cos20° + i\, sen\, 20°) \cdot 4(cos100° + i\, sen\, 100°)$

n) $[2(cos15° + i\, sen\, 15°)]^3$

ñ) $\left[\sqrt{2}(cos30° + i\, sen\, 30°)\right]^4$

II. Calcula las raíces que se te indican y represéntalas gráficamente.

a) Las tres raíces cúbicas de $-2 + 2i$

b) Las cinco raíces quintas de 32

III. Calcula todas las raíces de las siguientes ecuaciones y representa gráficamente.

a) $x^3 + 8 = 0$

b) $x^3 - 27 = 0$

c) $x^4 - 1 = 0$

División

Raíces

Actividad de Reforzamiento: Responde la práctica contenida en el siguiente link:

- ✓ https://es.khanacademy.org/math/precalculus/x9e81a4f98389efdf:complex/x9e81a4f98389efdf:complex-add-sub/e/adding_and_subtracting_complex_numbers
- ✓ https://es.khanacademy.org/math/precalculus/x9e81a4f98389efdf:complex/x9e81a4f98389efdf:complex-mul/e/multiplying_complex_numbers
- ✓ https://es.khanacademy.org/math/precalculus/x9e81a4f98389efdf:complex/x9e81a4f98389efdf:complex-div/e/dividing_complex_numbers

SEMANA 2 – 4 DIC a 8 DIC

DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR
DEPARTAMENTO DE SERVICIOS EDUCATIVOS
ESCUELA PREPARATORIA No.06,
ALIANZA DE CAMIONEROS

ASIGNATURA: Álgebra Avanzada	LISTA DE COTEJO Bloque 3 ADA 2		Nombre de Evidencia: ADA 2 Valor: 15%
Nombre(s):	GRADO y GRUPO:	FECHA:	

Elemento	Valor en pts.	Valor alcanzados	Observaciones
-Entrega en tiempo y forma junto con la lista de cotejo.	0.5		Menos 20% del valor total del ADA por entregar fuera de tiempo
-Los ejercicios son claros y legibles			
Contenido			
Parte I. Resuelve correctamente las operaciones, mostrando todos los pasos seguidos 0.5 c/u	7.5		
Parte II. Calcula todas las raíces solicitadas y la representación gráfica es correcta. 1.3 c/u	2.6		
Parte III. Calcula todas las raíces que dan solución a las ecuaciones e incluye la representación gráfica. 1.3 c/u	3.9		
Participación y actitudes			
Demuestran una actitud positiva con el profesor y sus compañeros.	0.5		*En caso de plagio total o parcial se anulará. Quedando una calificación de CERO para esta ADA
Total	15		

SEMANA 3 – 11 DIC a 15 DIC

Sesión 1

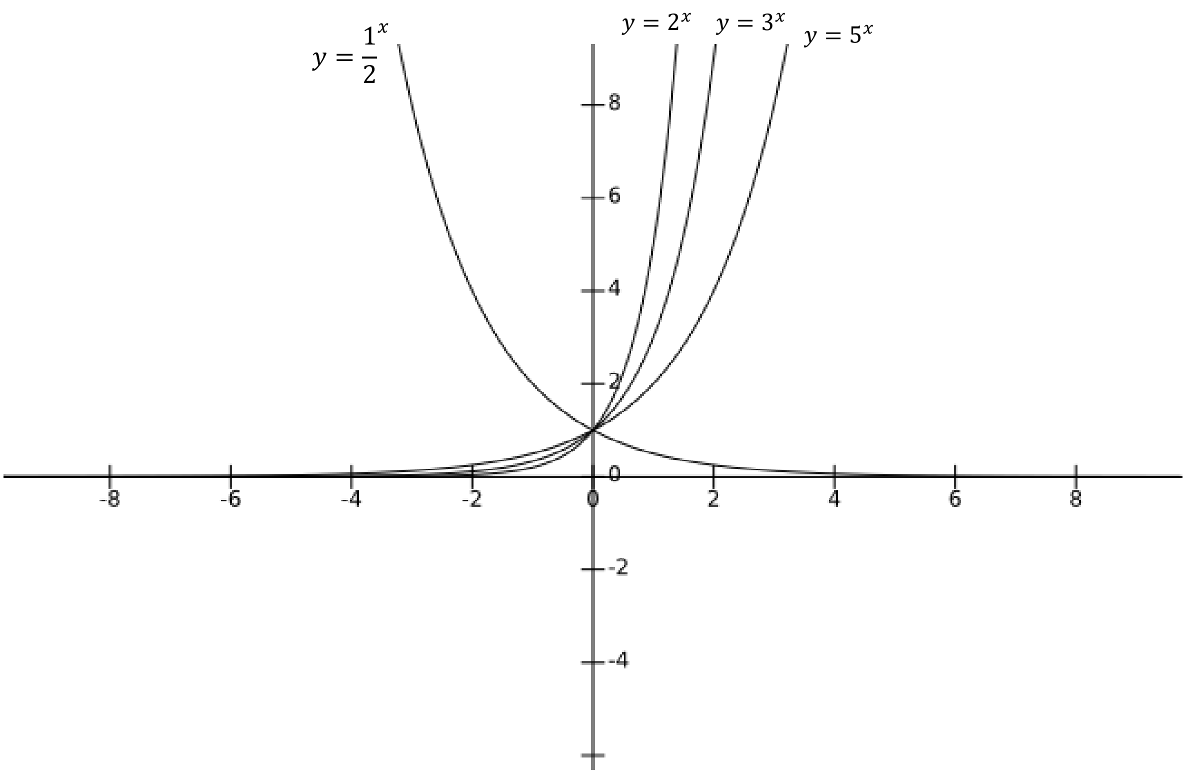
Logaritmos y exponentes

Función exponencial

Una función exponencial es una función de la forma $f(x) = b^x$, donde la base b es una constante mayor que cero y diferente de uno, y el exponente x es una variable perteneciente a los números reales.

Por ejemplo, $y = 2^x$, $y = 3^x$, $y = 5^x$ y y= $\frac{1}{2}^x$ son funciones exponenciales.

Tracemos las gráficas de las funciones anteriores en un mismo plano



De las gráficas podemos observar las siguientes características

- La gráfica de una función exponencial siempre está por encima del eje X.
- Si $b > 1$ la gráfica es creciente, si $b < 1$ la gráfica es decreciente.
- Si $b > 1$, $b^x < 1$ cuando $x < 0$
- Si $b > 1$, $b^x > 1$ cuando $x > 0$
- Si $b < 1$, $b^x > 1$ cuando $x < 0$

SEMANA 3 – 11 DIC a 15 DIC

- Si $b < 1,\ b^x < 1$ cuando $x > 0$
- La grafica siempre corta al eje Y en 1. Es decir, si $x = 0,\ b^x = 1$
- Si $b > 1$
  - Cuando x tiende a más infinito (en la dirección positiva del eje x), b^x tiende a más infinito
  - Cuando x tiende a menos infinito (en la dirección negativa del eje x), b^x tiende a cero.
- Si $b < 1$
  - Cuando x tiende a más infinito (en la dirección positiva del eje x), b^x tiende cero
  - Cuando x tiende a menos infinito (en la dirección negativa del eje x), b^x tiende a más infinito.

Otras propiedades de la función exponencial:

- Si x es cualquier número real y $b > 0$, la función exponencial $y = b^x$ satisface todas las leyes de los exponentes
- La función exponencial es inyectiva

Sesión 2

Función logarítmica

Consideremos el problema de calcular el valor de x en la siguiente ecuación literal:

$$y = b^x$$

Para resolver esta ecuación es necesario despejar x pero para ello se requiere definir nuevos conceptos. La ecuación $y = b^x$ nos dice que x es el exponente de la base b que produce x. En situaciones como esta, se utiliza la función inversa de la función exponencial, llamada **logarítmica.**

De modo que, si

$$y = b^x$$

$$x = logaritmo_b y$$

O simplemente

$$x = log_b y$$

Y se lee"x es igual al logaritmo de base b de y"

El **logaritmo** de un número, en una base dada, es el exponente a que se debe elevar la base para obtener el número dado.

Por ejemplo, la expresión $5 = 2^x$ es equivalente a la expresión $x = log_2 5$

SEMANA 3 – 11 DIC a 15 DIC

Una función logarítmica es una función de la forma $g(x) = log_b x$, donde b es una constante mayor que cero y diferente de uno, y x es una variable perteneciente a los números reales positivos.

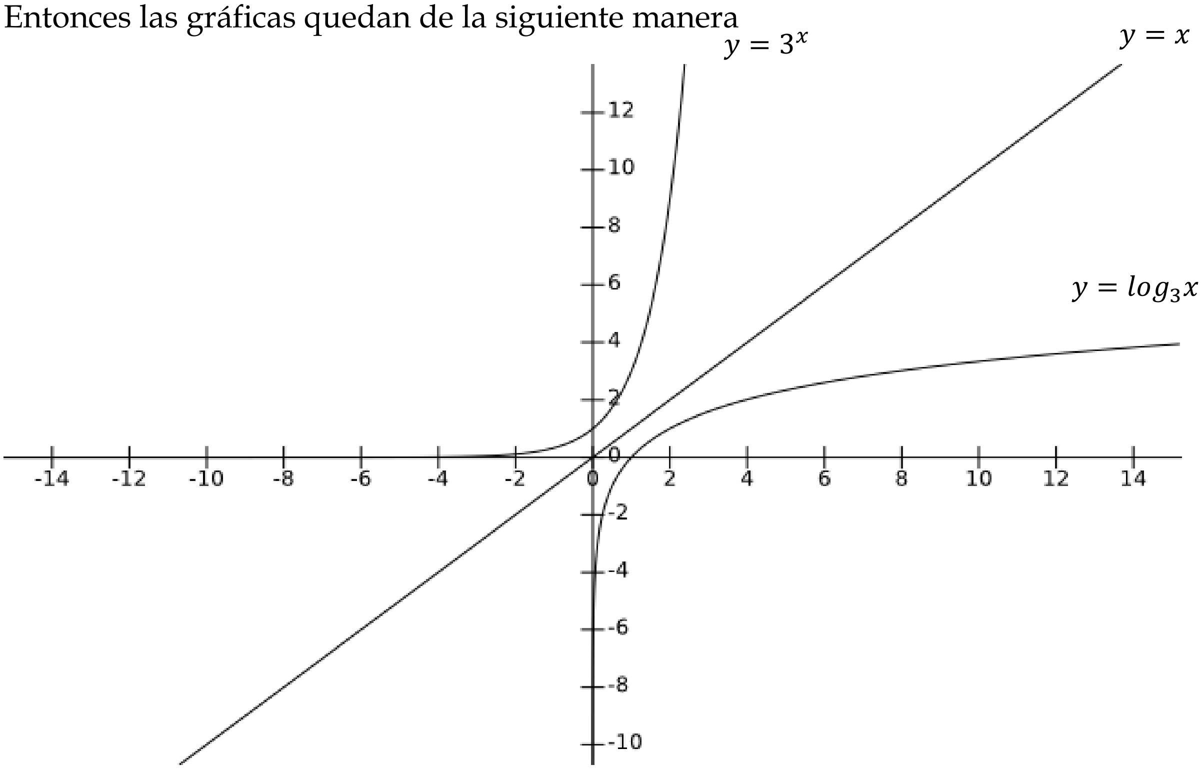
Ya mencionamos que $f(x) = b^x$ y $g(x) = log_b x$ son funciones inversas. Por lo tanto la gráfica de $g(x)$ se puede obtener reflejando $f(x)$ al otro lado de la recta identidad. Esto significa que el dominio $f(x)$ pasará a ser el rango de $g(x)$ y el rango de $f(x)$ será el dominio de $g(x)$.

Sea $f(x) = 3^x$, su inversa es $g(x) = log_3 x$

x	$y = 3^x$
-2	1/9
-1	1/3
0	1
1	3
2	9
3	27
4	81

x	$y = log_3 x$
1/9	-2
1/3	-1
1	0
3	1
9	2
27	3
81	4

Entonces las gráficas quedan de la siguiente manera



De la gráfica podemos ver que la función logar´timica tiene las siguientes propiedades:

- La gráfica se encuentra a la derecha del eje Y. Es decir, el dominio de la función son los números reales. (No existe el logaritmo para números negativos)
- El rango de la función son todos los reales. (El resultado de un logaritmo puede ser positivo, cero o negativo)

SEMANA 3 – 11 DIC a 15 DIC

- Es una función inyectiva
- Para $x < 1$ el valor de y es negativo
- Para $x = 1$ el valor de y es cero
- Para $x > 1$ el valor de y es positivo
- Cuando x tiende a más infinito el valor del logaritmo tiende a más infinito
- Cuando x tiende a cero el valor del logaritmo tiende a menos infinito

Generalmente es más fácil trabajar con la forma exponencial que con la logarítmica.

Ejemplo:
Calcular al valor de $log_2 64$
Solución:
Buscamos un número y tal que

$$y = log_2 64$$

Convertimos a su forma exponencial

$$2^y = 64$$

Expresando el número 64 en forma de potencia con la misma base 2

$$2^y = 2^6$$

$$y = 6$$

Entonces

$$log_2 64 = 6$$

Sesión 3

Propiedades de los logaritmos

De la definición de logaritmo se obtiene las siguientes propiedades:

- $log_b(b^x) = x$
- $b^{log_b x} = x$
- $log_b b = 1$

Sean b, M y N números positivos, se cumplen los siguientes teoremas:

1. $log_b MN = log_b M + log_b N$
2. $log_b \frac{M}{N} = log_b M - log_b N$
3. $log_b M^n = n log_b M$
4. $log_b M^{1/n} = \frac{1}{n} log_b M$
5. $log_b M = \frac{log_a M}{log_a b}$

Nota: El logaritmo de base 10 se denota simplemente con log sin necesidad de incluir la base.

SEMANA 3 – 11 DIC a 15 DIC

Ejemplo: Calcular el valor exacto de $log_2 5000$

Solución: La calculadora solo permite calcular logaritmos de base 10 y base e, por lo que se debe aplicar el teorema 5 que dice que $log_b M = \frac{log_a M}{log_a b}$. Así, podemos decir que:

$$log_2 5000 = \frac{log_e 5000}{log_e 2}$$

Usando la calculadora:

$$log_2 5000 = \frac{log_e 5000}{log_e 2} = \frac{8.51719 \ldots}{0.69314 \ldots} = 12.2877 \ldots$$

Ecuación exponencial

Una ecuación exponencial es aquella en la que la incógnita aparece como exponente.

Para resolver una ecuación exponencial se utilizan propiedades de los exponentes.

Ejemplo: Resolver $3^{2x+1} = 5^{3x-1}$

Aplicamos logaritmo base 10 en ambos lados de la igualdad.

$$log_{10} 3^{2x+1} = log_{10} 5^{3x-1}$$

Utilizando el teorema 3 de algoritmos

$$log_{10} 3^{2x+1} = log_{10} 5^{3x-1} \quad \rightarrow \quad (2x+1) \cdot log_{10} 3 = (3x-1) \cdot log_{10} 5$$

Realizando los productos.

$$(2x+1) \cdot log_{10} 3 = (3x-1) \cdot log_{10} 5 \quad \rightarrow \quad 2xlog_{10} 3 + log_{10} 3 = 3xlog_{10} 5 - log_{10} 5$$

Restando $log_{10} 3$ y $3xlog_{10} 5$ a ambos lados de la igualdad

$$2xlog_{10} 3 + log_{10} 3 - log_{10} 3 - 3xlog_{10} 5 = 3xlog_{10} 5 - log_{10} 5 - log_{10} 3 - 3xlog_{10} 5$$

$$2xlog_{10} 3 - 3xlog_{10} 5 = -log_{10} 5 - log_{10} 3$$

Factorizando x

$$x(2log_{10} 3 - 3log_{10} 5) = -log_{10} 5 - log_{10} 3$$

SEMANA 3 – 11 DIC a 15 DIC

Dividiendo ambos lados entre $(2log_{10}3 - 3log_{10}5)$

$$\frac{x(2log_{10}3 - 3log_{10}5)}{(2log_{10}3 - 3log_{10}5)} = \frac{-log_{10}5 - log_{10}3}{(2log_{10}3 - 3log_{10}5)}$$

$$x = \frac{-log_{10}5 - log_{10}3}{(2log_{10}3 - 3log_{10}5)}$$

Este valor se obtiene con la calculadora $x = 1.029 \ldots$

Ecuación logarítmica

Una ecuación logarítmica es aquella que contiene una o más funciones logarítmicas de una o más incógnitas.

Para resolver una ecuación logarítmica se convierte en una ecuación exponencial equivalente usando la definición.

Ejemplo: Resolver la ecuación $2 \ln 3x = 4$

Nota: **ln** (Logaritmo natural) es un logaritmo que tiene como base a $\boldsymbol{e}$**.** Entonces $\ln 3x = log_e 3x$

Solución:

Dividimos ambos lados entre 2

$$\frac{2 \ln 3x}{2} = \frac{4}{2}$$

$$\ln 3x = 2$$

Pasamos a forma exponencial

$$3x = e^2$$

Entonces:

$$x = \frac{e^2}{3} = 2.463 \ldots$$

Sesión 4

I. Realiza la actividad de aprendizaje 3

SEMANA 3 – 11 DIC a 15 DIC

Actividad de aprendizaje 3

Aprendizajes esperados:
A.E.7 Emplea las propiedades de logaritmos
Atributos de las competencias genéricas:
4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
Competencias disciplinares:
1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

I. Expresa en forma logarítmica las siguientes igualdades.

a) $2^4 = 16$

b) $3^{-1} = \frac{1}{3}$

c) $\left(\frac{1}{8}\right)^{2/3} = \frac{1}{4}$

II. Expresa en forma exponencial las siguientes igualdades

a) $log_{10}100 = 2$

b) $log_3 81 = 4$

c) $log_{10}0.1 = -1$

III. Calcula los siguientes logaritmos.

a) $log_{10}1000$

b) $log_5 625$

c) $log_2 \frac{1}{32}$

Videos complementarios

Logaritmica_exponencial

Ecuaciones exponenciales

SEMANA 3 – 11 DIC a 15 DIC

IV. Calcula el valor de x

a) $log_b x = log_b 2 + 3log_b 2 - log_b 4$

b) $log_b x = \frac{1}{2} log_b 3 + log_b 4 - \frac{1}{2} log_b 2$

V. Resuelve en tu libreta las siguientes ecuaciones.

a) $3^{x+1} = 81$

b) $e^x - e^{-x} = 2$

c) $\log x - \log(x-2) = \log 2$

d) $\ln 12 - \ln(x-1) = \ln(x-2)$

Ecuaciones logarítmicas

Actividad de Reforzamiento: Responde la práctica contenida en el siguiente link:

- ✓ https://es.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-exp-and-log/alg-solving-exponential-equations-with-logarithms/e/solve-exponential-equations-using-logarithms-base-2

SEMANA 3 – 11 DIC a 15 DIC

DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR
DEPARTAMENTO DE SERVICIOS EDUCATIVOS
ESCUELA PREPARATORIA No.06,
ALIANZA DE CAMIONEROS

ASIGNATURA: Álgebra Avanzada	LISTA DE COTEJO Bloque 3 ADA 3	Nombre de Evidencia: ADA 3 Valor: 15%
Nombre(s):	GRADO y GRUPO:	FECHA:

Elemento	Valor en pts.	Valor alcanzados	Observaciones
-Entrega en tiempo y forma junto con la lista de cotejo.	0.5		Menos 20% del valor total del ADA por entregar fuera de tiempo
-Los ejercicios son claros y legibles			
Contenido			
Parte I. Expresa correctamente las expresiones en su forma logarítmica. 0.5 c/u	1.5		
Parte II. Expresa correctamente las expresiones en su forma exponencial. 1.5 c/u	1.5		
Parte III. Calcula los logaritmos haciendo uso de sus propiedades 1 c/u	3		
Parte IV Calcula el valor de x, usando las propiedades de los logaritmos 1c/u	2		
Parte V. Da solución a las ecuaciones mostrando el procedimiento seguido. 1.5 c/u	6		
Participación y actitudes			
Demuestran una actitud positiva con el profesor y sus compañeros.	0.5		*En caso de plagio total o parcial se anulará. Quedando una calificación de CERO para esta ADA
Total	15		

SEMANA 4 – 3 ENE a 5 ENE

METACOGNICIÓN Y AUTOEVALUACIÓN

Reflexiona sobre tu desempeño durante el bloque en esta asignatura y responde las siguientes preguntas.

1. Enlista todos los aprendizajes que estás seguro adquiriste durante el bloque.

2. ¿En qué situaciones crees será de utilidad lo que has aprendido?

3. Enlista todos los aprendizajes que no estás seguro de haber logrado y describe cuales creen que fueron las causas.

4. Consideras que estás satisfecho con tu desempeño durante el semestre. ¿Por qué?

SEMANA 4 – 3 ENE a 5 ENE

5. ¿Estás conforme con la calificación obtenida en este bloque? Si la respuesta es No, ¿Cuál crees que es la calificación que debiste obtener y por qué?

Ahora, reflexiona sobre el desempeño de du maestro durante el bloque y responde lo siguiente.

1. ¿Estás satisfecho con el desempeño de tu maestro a lo largo del semestre? ¿Qué aspectos faltaron por mejorar, ya sea en actitud o en su forma de impartir las clases?

2. Menciona 4 aspectos que agradeces a tu maestro. Aspectos que te hayan gustado durante las clases.

Rúbrica de evaluación

Bloque: III		Asignatura: Álgebra Avanzada				
Criterio: Soluciona, de forma escrita, reactivos sobre números complejos, ecuaciones complejas, logarítmicas y exponenciales, argumentando sus resultados con procedimientos claros y correctos de manera colaborativa, con honestidad y responsabilidad.		Evidencia requerida: Práctica Evaluativa		Ponderación: 60%		
Indicador		**Estratégico**	**Autónomo**	**Resolutivo**	**Receptivo**	**Preformal**
Dominio de los aprendizajes, razonamiento y estrategias de resolución	Argumenta su estrategia de solución en los ejercicios de números complejos, ecuaciones complejas, logarítmicas y exponenciales, utilizando procedimientos pertinentes (25 pts.)	Resuelve correctamente del 90% al 100 % de los reactivos seleccionando las estrategias pertinentes y argumenta de forma analítica su solución para una toma de decisión mediante procedimientos, principios, teoremas o formulas, con estricto rigor matemático. Abordando correctamente los aprendizajes solicitados sobre números complejos, ecuaciones complejas, logarítmicas y exponenciales.	Resuelve del 89% al 80%los reactivos y argumenta de forma analítica su solución mediante la interpretación de principios, teoremas o formulas, con estricto rigor matemático. Abordando correctamente los aprendizajes solicitados sobre números complejos, ecuaciones complejas, logarítmicas y exponenciales.	Aplica las estrategias y procedimientos para resolver del 70% al 79% los reactivos y dar solución abordando los aprendizajes sobre números complejos, ecuaciones complejas, logarítmicas y exponenciales.	Describe la solución del 60% al 69 % de los reactivos mediante procedimientos o conceptos con estrategias poco pertinentes.	Responde menos del 60% de los reactivos carente de estrategias pertinentes abordando algún concepto o fórmula con ausencia de rigor matemático.
Organización y claridad en los procedimientos.	Organiza los procedimientos realizados en forma limpia y clara, al dar solución a problemas de números complejos, ecuaciones complejas, logarítmicas y exponenciales (20 pts.)	Describe correctamente de forma clara, limpia y ordenada todos los procedimientos realizados para dar solución a problemas de números complejos, ecuaciones complejas, logarítmicas y exponenciales	Describe correctamente de forma clara, limpia y ordenada la mayoría de los procedimientos realizados para dar solución a problemas de números complejos, ecuaciones complejas, logarítmicas y exponenciales.	Describe de forma limpia, clara u ordenada algunos los procedimientos para dar solución a problemas de números complejos, ecuaciones complejas, logarítmicas y exponenciales.	Describe de forma limpia, clara u ordenada pocos de los procedimientos para dar solución a problemas de números complejos, ecuaciones complejas, logarítmicas y exponenciales.	Carece de limpieza, claridad y orden al presentar los procedimientos al dar solución a problemas de números complejos, ecuaciones complejas, logarítmicas y exponenciales

Resultado	Interpreta y expresa por escrito el resultado obtenido de acuerdo con el contexto del problema. (10 pts.)	Obtiene, interpreta y presenta de forma correcta del 90 % al 100% de los resultados según el contexto del problema, utilizando las gráficas y unidades de medida específicas requeridas, dando su respuesta de forma escrita resaltándola con tinta roja.	Obtiene, interpreta y presenta de forma correcta del 80 % al 89% de los resultados según el contexto del problema, utilizando las gráficas y unidades de medida específicas requeridas, dando su respuesta de forma escrita resaltándola con tinta roja.	Obtiene, interpreta o presenta de forma correcta del 70 % al 79% de los resultados según el contexto del problema, utilizando las gráficas y unidades de medida específicas requeridas, dando su respuesta de forma escrita resaltándola con tinta roja.	Proporciona de forma correcta del 60 % al 69% de los resultados encontrados sin considerar el contexto del problema, poca presencia de las unidades de medida.	Proporciona algunos de los resultados encontrados sin considerar el contexto del problema, ausencia de las unidades de medida, da respuesta al problema de forma errónea.
Formato y entrega	Identifica y da cumplimiento a las instrucciones brindadas. (5 pts.)	La práctica evaluativa cumple con todos los requerimientos solicitados en las instrucciones (formato, portada, procedimiento, resultados, interpretaciones) y entrega en tiempo y forma.	La práctica evaluativa cumple con casi todos los requerimientos solicitados en las instrucciones (formato, portada, procedimiento, resultados, interpretaciones) y entrega en la hora y fecha solicitada de manera puntual.	La práctica evaluativa cumple con la mayoría de los requerimientos solicitados en las instrucciones (formato, portada, procedimiento, resultados, interpretaciones) y entrega en la hora y fecha solicitada.	La práctica evaluativa cumple con algunos de los requerimientos solicitados en las instrucciones (formato, portada, procedimiento, resultados, interpretación es) y entrega en la hora y fecha solicitada.	La práctica evaluativa cumple con pocos de los requerimientos solicitados en las instrucciones (formato, portada, procedimiento, resultados, interpretaciones) y entrega después de la fecha solicitada.
Ponderación:		**100-90**	**89-80**	**79-70**	**69-60**	**59-0**

Logros:	Aspectos a mejorar:

Indicaciones respecto al formato de entrega:
Se entrega en hojas en blanco, con instrucciones y enunciados de problemas escritos en tinta azul o negra, procedimiento a mano y respuestas finales resaltadas en rojo. Engrampado
Paginación inferior derecha
Con portada al frente que contenga los siguientes elementos:

- Nombre completo de la escuela con logo
- Nombre de la asignatura
- Nombre y número del bloque
- Nombre completo del docente
- Nombres completos de los estudiantes en orden alfabético e iniciando por los apellidos
- Fecha de entrega
- Grado grupo y semestre

ASIGNATURA: Álgebra Avanzada	LISTA DE COTEJO Bloque 3. C 1	Nombre de Evidencia: Práctica evaluativa Valor: 60%
GRADO y GRUPO:	**FECHA:**	**# de integrantes:**

Elemento	Valor en pts.	Valor alcanzados	Observaciones
Entrega el trabajo en tiempo y forma, limpio, ordenado.	1		
Presenta una portada (logotipo, datos de la escuela, título del trabajo, el criterio, integrantes, materia, nombre del profesor, grado, grupo y fecha de entrega).	1		
Entrega la lista de cotejo con los nombres de los integrantes del equipo en orden alfabético por apellido paterno.	1		
Contenido			
Formato: - El ejercicio o problema con tinta azul o negra. - El procedimiento se realiza a lápiz - La respuesta final se resalta (encierra o subraya) con tinta roja.	2		
Parte I: Responde correctamente los reactivos (2 pts. c/u)	10		
Parte II:			
La estrategia de solución es pertinente y coherente con el ejercicio.	15		
Se describe de manera ordenada el procedimiento que se siguió para obtener la solución.	20		
Resuelve **correctamente** el ejercicio y redacta su respuesta en términos del problema (si es el caso).	10		
Participación y actitudes			
Participan de manera activa durante la elaboración de la actividad. Demuestran una actitud positiva con el profesor y sus compañeros durante el bloque.			*En caso de plagio total o parcial se anulará. Quedando una calificación de CERO para este criterio. *Expulsar a un miembro de equipo faltando una semana o menos para la entrega causará una sanción de 10 pts para todo el equipo.
Total	**60**		

Integrantes del equipo	ADA1 10%	ADA2 15%	ADA3 15%	P.E 60%	Total 100%	Firma de conformidad con el resultado
1.						
2.						
3.						
4.						

Niveles de dominio	Preformal 0-59	Receptivo 60-69	Resolutivo 70-79	Autónomo 80-89	Estratégico 90-100

Bibliografía

- Baldor, Aurelio (1998) Álgebra, Publicaciones Cultural, México.
- Lehmann, Charles (1992) Álgebra, Limusa, México.
- Lipschutz, Seymour (1992) Álgebra lineal, McGraw-Hil, México
- Pinzón, J., Rosas C. (2007) Temas de Álgebra, publicaciones de la UADY, México
- Spiegel, Murray (1998) Álgebra superior, McGraw-Hill, México
- Williams, Gareth (2001) Álgebra lineal con aplicaciones, McGraw-Hill, México