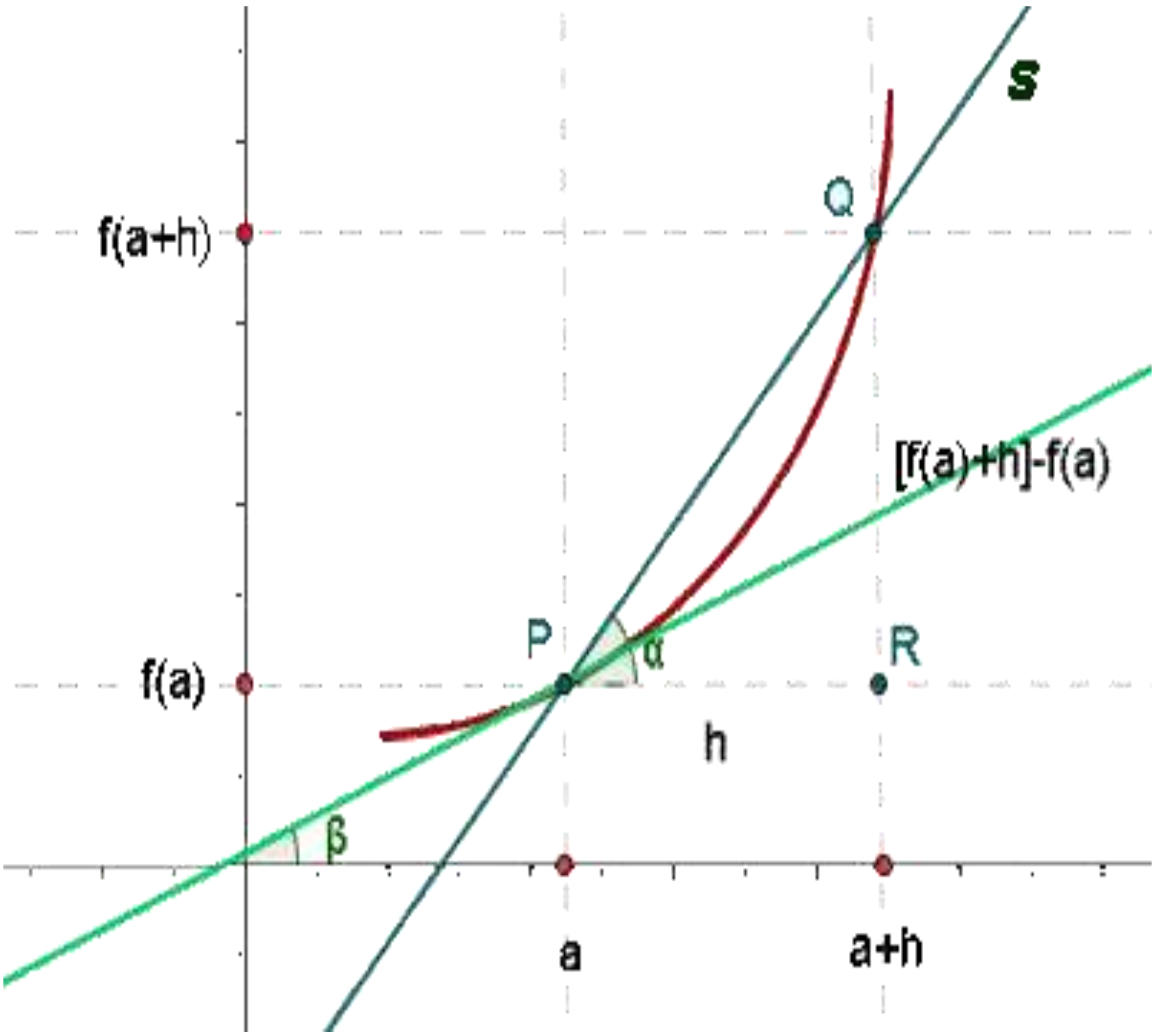
BLOQUE DOS
DERIVADAS



Aprendizajes esperados

5) Reconocer la derivada como razón de cambio.
7) Utilizar los diferentes procesos para la derivación.
10) Deriva de manera sucesiva

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

CRITERIOS	Puntaje
Prueba evaluativa bloque 1 y 2	60Pts.
Actividades de Aprendizaje	40Pts.

Evaluación diagnostica

Nombre: ____ Grado y Grupo: ______Fecha: ____________

Instrucciones: Subraya la respuesta que consideres correcta.

1. La pendiente de una función lineal es:

A) *La razón de cambio de los valores de la variable dependiente y la independiente*

B) *La razón de cambio de los valores de la variable independiente y la dependiente*

C) *El incremento de las variables*

D) *El comportamiento que indica el máximo o mínimo de la función*

2. Es la recta que toca a una función en un solo punto

A) *Bisectriz*

B) *Secante*

C) *Tangente*

D) *Altura*

3. $-(-3)+(5)-2(-1)+(-4)+7=$

A) 0

B) -3

C) 8

D) 13

4. $6-2(1-3-4)+(5-2+7)=$

A) 28

B) 11

C) -3

D) -10

5. $\frac{(4-3)+3(2+4-1)}{5(4)-6(3)}=$

A) 2

B) 8

C) 15

D) 29

6. $1\frac{1}{2}+\frac{3}{4}-\frac{1}{8}=$

A) $2\frac{1}{8}$

B) $\frac{1}{8}$

C) $5\frac{1}{8}$

D) $11\frac{1}{8}$

7. $\frac{1}{4}-\frac{1}{12}-3\frac{5}{6}=$

A) $1\ \frac{2}{3}$

B) $-5\frac{1}{3}$

C) $-3\frac{2}{3}$

D) $3\ \frac{7}{3}$

8. $(\frac{4}{3})(\frac{1}{20})(\frac{5}{16})(15)=$

A) $\frac{1}{3}$

B) $\frac{5}{16}$

C) $\frac{1}{7}$

D) $\frac{14}{9}$

9. $\sqrt{\frac{64}{25}} =$

A) $\frac{17}{2}$

B) $\frac{8}{5}$

C) $\frac{5}{4}$

D) $\frac{5}{4}$

10. $\frac{1}{\sqrt{3}} =$

A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

D) $\frac{7\sqrt{3}}{2}$

11. $\sqrt[3]{64} =$

A) 2

B) 4

C) 8

D) 24

12. $\frac{2}{1+\sqrt{3}} =$

A) $2\sqrt{3} - 5$

B) $\sqrt{3} + 3$

C) $\sqrt{3} - 1$

D) $5\sqrt{3}$

13. $\frac{6}{3-\sqrt{7}} =$

A) $2 - \sqrt{7}$

B) $9 + 3\sqrt{7}$

C) $3 - 5\sqrt{7}$

D) $\sqrt{7} + 4$

LA DERIVADA COMO RAZÓN DE CAMBIO

Existen varias aplicaciones sobre el conocimiento de razón de cambio. Por ejemplo, los índices de reprobación en matemáticas, la tasa de deserción escolar, los costos de reducción y fuerza de los vientos huracanados, etc.

Las razones de cambio se refieren por lo general a ***cambios respecto al tiempo***, pero se puede buscar la razón de cambio respecto de ***cualquier variable relacionada.***

Hay que recordar que:

- Cuando una variable x pasa de un valor x_1, a un valor x_2, la cantidad que se debe sumar a x_1 para obtener x_2 se llama incremento y se denota por el símbolo Δ (Delta), así Δx se lee: Delta x. Entonces:

$\Delta x = x_2 - x_1$; Por tanto: $x_2 = x_1 + \Delta x$

Ejemplo: Si $x_1 = 3$ y $x_2 = 5$ entonces, $\Delta x = 5 - 3 = 2$ y $x_2 = x_1 + \Delta x = 3 + 2 = 5$

- Si la variable x pasa del valor x_1 al valor x_2 entonces la función $y = f(x)$ pasa de $y_1 = f(x_1)$ a $y_2 = f(x_2)$, es decir, al **incremento en x**: $\Delta x = x_2 - x_1$ le corresponde un **incremento en y**: $\Delta y = y_2 - y_1 = f(x_2) - f(x_1)$.

Ejemplo: Sea $f(x) = x + 1$, halla Δy cuando x varía de 1 a 5.

$f(x_1) = f(1) = (1) + 1 = 2;\ f(x_2) = f(5) = 5 + 1 = 6.$

$\Delta y = y_2 - y_1 = f(x_2) - f(x_1) = 6 - 2 = 4$

Al cociente:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{incremento\ en\ y}{incremento\ en\ x}=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$$

Recibe el nombre de razón de cambio promedio de la función $f(x)$ en el intervalo comprendido entre x_1 y $x_2 = x_1+\Delta x$

Ejemplo 1: Cuando x aumenta en $\Delta x = 0.5$ a partir de $x_1 = 1$, ¿Cuál es la razón de cambio promedio de la función $y = f(x) = x^2 + 2x$?

Solución:

Tenemos que $x_1 = 1$ y $x_2 = x_1 + \Delta x = 1 + 0.5 = 1.5$

Además,

$$\Delta y = f(x_2) - f(x_1) = f(1.5) - f(1) = [1.5^2 + 2(1.5)] - [1^2 + 2(1)] = 5.25 - 3 = 2.25$$

Por lo tanto,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}=\frac{2.25}{1.5-1}=\frac{2.25}{0.5}=4.5$$

Ejemplo 2: Un automóvil se encuentra a 20 Km. de una ciudad cuando son las 7:00 A.M. A las 9:30 A.M. se encuentra a 220 Km. de la misma ciudad. ¿Cuál es la razón de cambio promedio de su distancia a la ciudad con respecto al tiempo (su velocidad promedio del recorrido)?

Solución:

Sea t el tiempo en horas, y $s(t)$ la distancia a la ciudad en kilómetros, entonces:

$\Delta t = 9.5 - 7 = 2.5$ y $\Delta s = 220 - 20 = 200$

Por lo tanto,

$$\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{200}{2.5}=80\ km/\ h$$

Y esto significa que por cada hora que pasa el tiempo, el automóvil avanzó en promedio 80 kilómetros.

Ejemplo 3: A las 10 horas hay 2000 bacterias en un frasco. A las 15 horas hay 12000 bacterias. ¿Cuál es la razón de cambio promedio de la población de bacterias con respecto al tiempo?

Solución: sea t el tiempo en horas, y $p(t)$ la población de bacterias en ese tiempo, entonces:

$$\Delta t = 15 - 10 = 5$$
$$\Delta p = 12000 - 2000 = 10000$$

Por lo tanto,

$$\frac{\Delta p}{\Delta t}=\frac{10000}{5}=2000$$

En este caso, el resultado de este cociente *significa que por cada hora que pasa el tiempo, la población creció en promedio unas 2000 bacterias.*

Ejemplo 4: Cuando el precio de venta de un libro es \$100 se venden al mes 60 libros. Al aumentar el precio a \$110 se venden al mes 40 libros. ¿Cuál es la razón de cambio promedio de las ventas mensuales con respecto al precio?

Solución: Sea p el precio de venta y $n(p)$ los libros vendidos al mes. Entonces:

$$\Delta p = 110 - 100 = 10$$
$$\Delta n = 40 - 60 = -20$$

Por lo tanto,

$$\frac{\Delta n}{\Delta p} = \frac{-20}{10} = -2$$

En este caso, el resultado del cociente *significa que por cada peso que se incrementó al precio, se vendieron en promedio unos 2 libros menos.*

Resumiendo: Se llama razón promedio de cambio de una función $y = f(x)$ en un intervalo $[a, b] = [x_1, x_2]$ al cociente de la variación de las ordenadas de los puntos extremos del intervalo, entre la variación de sus abscisas, es decir, es la razón del incremento de **las imágenes** con respecto al incremento de **los argumentos**.

Razón de cambio instantáneo

La razón de cambio de y en un valor concreto de x se denomina razón de cambio instantáneo de y con respecto a x, la cual se calcula al hacer que el incremento en x se aproxime a cero ($\Delta x \to 0$).

Ejemplo 5:

Para la ecuación $y = -0.05x^2 + 2x$ se puede elaborar una tabla que contenga los cambios que sufren ambas variables, así como el cociente de diferencias a medida que el incremento en x se hace cada vez más pequeño, es decir:

x_1	Δx	$x_2 = x_1 + \Delta x$	$\Delta y = f(x_2) - f(x_1)$	$\frac{\Delta y}{\Delta x}$
5	1	6	1.45	1.45
5	0.1	5.1	0.1495	1.495
5	0.01	5.01	0.014995	1.4995
5	0.001	5.001	0.00149995	1.49995
5	0.0001	5.0001	0.00015000	1.50000

De la tabla anterior se observa que el cociente de incrementos se aproxima a 1.5 cuando Δx se aproxima a cero ($\Delta x \to 0$).

La razón de cambio instantáneo de y en x se representa mediante la ecuación:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_2) - f(x_1)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}$$

La ecuación anterior representa el límite (o valor) de la razón promedio de cambio cuando el incremento (Δx) es infinitamente pequeño, y que para fines prácticos en una etapa del proceso de cálculo se toma como igual a cero ($\Delta x \to 0$). ***Esta ecuación es la definición formal de la derivada que puede considerarse como una razón de cambio instantáneo de una variable con respecto a otra.***

Actividad de Aprendizaje 1

Aprendizaje esperado: Determinar la derivada como razón de cambio

Nombre: ____ Grado y Grupo: _____Fecha: _____________

Instrucciones: Resuelve cada uno de los ejercicios, proporcionando el desarrollo que realizaste para llegar al resultado, remarcando tu respuesta final.

1. Un automóvil se encuentra a 300 Km. de Culiacán cuando son las 6:00 A.M. A las 10:15 A.M. se encuentra a 10 Km. de la misma ciudad. Calcula e interpreta la razón de cambio promedio de su distancia a la ciudad con respecto al tiempo, o su velocidad promedio del recorrido.

2. En el año 2000 la población de una ciudad era de 10000 habitantes. En el 2011 la población de esa misma ciudad fue de 17 500 personas. ¿Cuál fue la razón de cambio promedio de la población de esa ciudad durante ese tiempo?

3. Calcula Δy para $y = 2x + 3$, cuando $\Delta x = 5$.

ASIGNATURA: Cálculo Diferencial	**LISTA DE COTEJO** **Bloque 2**	**ADA 1** **Valor: 6 puntos**
GRADO y GRUPO:	**FECHA:**	

Elemento	**Valor en pts.**	**Valor alcanzados**	**Observaciones**
El trabajo se entrega en tiempo y forma a través del representante del equipo. La lista de cotejo se integrará en la parte final de la ADA			*La entrega fuera de fecha será penalizada con 2 puntos. Teniendo como fecha máxima el día inmediato posterior a la fecha establecida. *No entregar lista de cotejo causa una penalización de 2 punto
Presenta una **portada** (logotipo, datos de la escuela, Título del trabajo, el criterio, integrantes del equipo, materia, nombre del profesor, grado, grupo y fecha de entrega).			
Contenido			
Presenta procedimientos claros y ordenados, así como aplica la técnica correspondiente al resolver los tres problemas propuestos	6		
Presenta material didáctico limpio, ordenado y estructurado	-2		
Participación y actitudes			
Participan de manera colaborativa, honesta y responsable durante la elaboración de la actividad.	-2		*En caso de plagio total o parcial la calificación es CERO.
Demuestran una actitud positiva con el profesor y sus compañeros durante el bloque.			
Total	**13**		

Integrantes del equipo	**Firma de conformidad con el resultado**
1.	
2.	

Niveles de dominio	**Preformal** **0-59**	**Receptivo** **60-69**	**Resolutivo** **70-79**	**Autónomo** **80-89**	**Estratégico** **90-100**

Dirección de Educación Media Superior
Escuela Preparatoria Estatal No 06
Alianza de Camioneros

Actividad de Aprendizaje 2

Aprendizaje esperado: Determinar la derivada por definición

Nombre: ____ Grado y Grupo: _____Fecha: _____________

Instrucciones: Resuelve cada uno de los ejercicios utilizando la definición formal de la derivada, proporcionando el desarrollo que realizaste para llegar al resultado, remarcando tu respuesta final.

1. Halla la derivada de $y = f(x) = 5x - 2$

2. Halla la derivada de $y = f(x) = x + 6$

3. Halla la derivada de $y = f(x) = \frac{3}{x}$

4. Halla la derivada de $y = f(x) = x^2 + 5x$ con respecto a x en el punto $x = x_1$ y luego calcular la derivada en los puntos $x_1 = 1$ y $x_1 = -2$.

5. Halla la derivada de $y = f(x) = x^3 + 3$ con respecto a x en el punto $x = x_1$ y luego calcular la derivada en los puntos $x_1 = 2$ y $x_1 = -3$.

6. Halla la derivada de $y = f(x) = 15x^3 + x^2$ con respecto a x en el punto $x = x_1$ y luego calcular la derivada en los puntos $x_1 = -1$ y $x_1 = -2$.

ASIGNATURA: Cálculo Diferencial	**LISTA DE COTEJO** **Bloque 2**	**ADA 2** **Valor: 12 puntos**
GRADO y GRUPO:	**FECHA:**	

Elemento	Valor en pts.	Valor alcanzados	Observaciones
El trabajo se entrega en tiempo y forma a través del representante del equipo. La lista de cotejo se integrará en la parte final de la ADA			*La entrega fuera de fecha será penalizada con 2 puntos. Teniendo como fecha máxima el día inmediato posterior a la fecha establecida. *No entregar lista de cotejo causa una penalización de 1 punto
Presenta una **portada** (logotipo, datos de la escuela, Título del trabajo, el criterio, integrantes del equipo, materia, nombre del profesor, grado, grupo y fecha de entrega).			
Contenido			
Presenta procedimientos claros y ordenados, así como aplica la técnica correspondiente al resolver 10 ejercicios de derivadas	10		
Presenta material didáctico limpio, ordenado y estructurado	1		
Participación y actitudes			
Participan de manera colaborativa, honesta y responsable durante la elaboración de la actividad.	1		*En caso de plagio total o parcial la calificación es CERO.
Demuestran una actitud positiva con el profesor y sus compañeros durante el bloque.			
Total	**13**		

Integrantes del equipo	Firma de conformidad con el resultado
1.	
2.	

Niveles de dominio	Preformal 0-59	Receptivo 60-69	Resolutivo 70-79	Autónomo 80-89	Estratégico 90-100

Derivación algebraica y potencial

Algebraicas		
1	$y = k \cdot u$	$y' = k \cdot u'$
2.	$y = u \pm v$	$y' = u' \pm v'$
3.	$y = u \cdot v$	$y' = u' \cdot v + u \cdot v'$
4.	$y = \frac{u}{v}$	$y' = \frac{v \cdot u' - u \cdot v'}{v^2}$
Potencias		
5.	$\boldsymbol{y = u^n \quad (n \in R)}$	$y' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$

Observaciones:
a) Las letras *u* y *v* representan funciones de x: *u* = *u*(x); *v* = *v*(x); k∈ R; *Log*: logaritmo neperiano
b) Cuando *u*(x) = x ➔ *u*'(x) = 1, obtenemos las derivadas e integrales simples.
c) f(x) = y donde x representa la variable independiente y puede ser cualquier otra letra. [*y*=*f*(*u*)].

Derivada de una constante

$$\boldsymbol{f(x) = K \qquad K \in \Re \qquad\qquad F'(x) = 0}$$

LA DERIVADA DE UNA CONSTANTE es cero.

Ejemplos:

1) $f(x) = 7$ — Sol: $f'(x) = \boxed{0}$

2) $f(x) = -4$ — Sol: $f'(x) = \boxed{0}$

3) $f(x) = e$ — Sol: $f'(x) = \boxed{0}$

4) $f(x) = \pi$ — Sol: $f'(x) = \boxed{0}$

5) $f(x) = \frac{-\sqrt[5]{3}}{\sqrt{7}}$ — Sol: $f'(x) = \boxed{0}$

6) $f(x) = \frac{-e^4}{\sqrt{37}}$ — Sol: $f'(x) = \boxed{0}$

Derivada de una función potencia: Forma simple

$$f(x) = x^r \qquad r \in \Re \qquad\qquad f'(x) = r.\ x^{r-1}$$

LA DERIVADA DE UNA FUNCIÓN POTENCIAL es igual al exponente por la variable elevado a una unidad menos.

Ejemplos:

7) $f(x) = x^6$ Sol: $f'(x) = 6x^{6-1} = \boxed{6x^5}$

8) $f(x) = x^{\frac{5}{2}}$ Sol: $f'(x) = \frac{5}{2}x^{\frac{5}{2}-1} = \frac{5}{2}x^{\frac{5}{2}-\frac{2}{2}} = \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}} = \frac{5\sqrt{x^3}}{2} = \boxed{\frac{5x\sqrt{x}}{2}}$

Derivada de una función potencia: $a^{\frac{b}{c}} = \sqrt[c]{a^b}$

Ejemplos:

9) $f(x) = 4x^{\frac{-3}{7}}$ Sol: $f'(x) = 4\left(\frac{-3}{7}\right)x^{\frac{-3}{7}-1} = \frac{-12}{7}x^{\frac{-3}{7}-\frac{7}{7}} = \frac{-12}{7}x^{\frac{-10}{7}} = \frac{-12}{7x^{\frac{10}{7}}} = \boxed{\frac{-12}{7\sqrt[7]{x^{10}}}}$

10) $f(x) = \frac{4}{x}$ Sol: $f(x) = \frac{4}{x} = 4x^{-1}$ $\quad f'(x) = 4(-1)x^{-1-1} = -4x^{-2} = \boxed{\frac{-4}{x^2}}$

Agregar con raiz

Derivada de una suma

$$y = f(x) + g(x) \qquad\qquad y' = f'(x) + g'(x)$$

LA DERIVADA DE UNA SUMA DE FUNCIONES es igual a suma de las derivadas de las funciones.

Ejemplos:

11) $f(x) = x^3 + x^2 + x + 5$ Sol $f'(x) = \boxed{3x^2 + 2x + 1}$

12) $f(x)=5x^3+3x^2+6x+5$ Sol: $f'(x)=\boxed{15x^2+6x+6}$

Derivada de un producto

$$y=f(x)\cdot g(x) \quad y'=f'(x).g(x)+f(x).g'(x)$$

LA DERIVADA DE UN PRODUCTO DE FUNCIONES es igual a la derivada de la primera función por la segunda función más la primera función por la derivada de la segunda función.

Ejemplos:

13) $f(x)=(3x^2+3)(2x^2+1)$

Solución: $f'(x)=6x(2x^2+1)+(3x^2+3)4x=12x^3+6x+12x^3+12x=24x^3+18x=\boxed{6x(4x^2+3)}$

14) $f(x)=(4x^3-6)(4x^2+4)$

Solución:

$$f'(x)=12x^2\left(4x^2+4\right)+\left(4x^3-6\right)8x=48x^4+48x^2+32x^4-48x=$$

$$=80x^4+48x^2-48x=\boxed{16x(5x^3+3x-3)}$$

Derivada de un cociente

$$y=\frac{f(x)}{g(x)} \qquad y'=\frac{g(x).f'(x)-f(x).g'(x)}{g^2(x)}$$

LA DERIVADA DE UN COCIENTE DE FUNCIONES es igual a la derivada de la función del numerador por la función del denominador menos la función del numerador por la derivada de la función del denominador, dividido todo ello por el denominador al cuadrado.

Ejemplos:

15) $f(x)=\dfrac{2x^3+5}{4x^2+7}$

Solución:

$$f'(x)=\frac{6x^2(4x^2+7)-(2x^3+5)8x}{(4x^2+7)^2}=\frac{24x^4+42x^2-16x^4-40x}{(4x^2+7)^2}=\frac{8x^4+42x^2-40x}{(4x^2+7)^2}=\frac{2x(4x^3+21x-20)}{(4x^2+7)^2}$$

16) $f(x)=\dfrac{4x^3-5x^2}{3x^2-4}$

Solución:

$$f'(x)=f(x)=\frac{(12x^2-10x)(3x^2-4)-(4x^3-5x^2)6x}{(3x^2-4)^2}=\frac{36x^4-48x^2-30x^3+40x-24x^4+30x^3}{(3x^2-4)^2}=$$

$$=\frac{12x^4-48x^2+40x}{(3x^2-4)^2}=\boxed{\frac{4x(3x^3-12x+10)}{(3x^2-4)^2}}$$

Derivada de una función potencial compuesta:

Regla de la cadena: $\boldsymbol{y=[u(x)]^r}$ $\quad \boldsymbol{r\in\Re}$ $\qquad \boldsymbol{y'=u'\ [u(x)]^{r-1}}$

Ejemplos:

17) $f(x)=(x^2+1)^7$

$$Solución:\quad f'(x)=7(x^2+1)^6.2x=14x(x^2-1)$$

18) $f(x)=\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}}$

$$Solución:\ f(x)=x^{1/8}\quad ;f'(x)=\frac{1}{8}x^{-7/8}$$

19) $f(x) = (x^2 + 1)^{-1/3}$

$$Solución: \quad f'(x) = \frac{-1}{3}(x^2+1)^{\frac{-4}{3}}.2x = -\frac{2}{3}x(x^2-1)^{\frac{-4}{3}}$$

NOTA: las derivadas también pueden realizarse con funciones transcendentales (exponenciales, logarítmicas y trigonométricas.

Observaciones:

a) Las letras *u* y *v* representan funciones de x: *u* = *u*(x); *v* = *v*(x); k $\in R$; *Log*: logaritmo neperiano

b) Cuando *u*(x) = x ➔ *u*'(x) = 1, obtenemos las derivadas e integrales simples.

c) f(x) = y donde x representa la variable independiente y puede ser cualquier otra letra. [*y*=*f*(*u*)].

TABLA DE DERIVADAS		
	Algebraicas	
1	$y = k \cdot u$	$y' = k \cdot u'$
2.	$y = u \pm v$	$y' = u' \pm v'$
3.	$y = u \cdot v$	$y' = u' \cdot v + u \cdot v'$
4.	$y = \frac{u}{v}$	$y' = \frac{v \cdot u' - u \cdot v'}{v^2}$
	Potencias	
5.	$\boldsymbol{y = u^n \quad (n \in R)}$	$y' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$
	Exponenciales	
6.	$y = e^u$	$y' = e^u \cdot u'$
7.	$y = a^u$	$y' = a^u \cdot La \cdot u'$
8.	$y = u^v$	$y' = v \cdot u^{v-1} \cdot u' + u^v \cdot L\, u \cdot v'$
	Logarítmicas	
9.	$y = Ln\, u$	$y' = \frac{u'}{u}$
10.	$y = Log_a u$	$y' = \frac{u'}{u} \cdot Log_a e$

Trigonométricas		
11	$y = sen\ u$	$y' = cos\ \ u\ \ \cdot u'$
12.	$y = cos\ \ u$	$y' = -sen\ u\ \ \cdot u'$
13.	$y = tg\ u$	$y' = sec^2\ \ u\ \ \cdot u'$
14.	$y = arc\ sen\ u$	$y' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
15.	$y = arc\ \ cos\ \ u$	$y' = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$
16.	$y = arc\ tg\ u$	$y' = \frac{u'}{1+u^2}$

Actividad de Aprendizaje 3
Derivadas Algebraicas y regla de la cadena
Aprendizaje esperado: Utiliza los diferentes procesos para la derivación

Nombre: ____ **Grado y Grupo:** _____**Fecha:** ____________

I. Deriva las siguientes funciones

a) $f(x) = 7x^3 - 3x^2 + 3x - 12$

b) $f(x) = 5x^2 + 4x + 4mn - 2$

c) $f(x) = \frac{x^3}{6} - \frac{3x^2}{5} - \frac{4x}{9} - \frac{1}{5}$

d) $f(x) = \frac{5}{x^4} - \frac{6}{x^3} - \frac{7}{x^2} - \frac{3}{x} + \frac{1}{5}$

e) $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x}}{5} - \frac{3}{\sqrt[3]{x}}$

f) $f(x) = \frac{x^4 - 3x^3 - 6x^2 - 3x + 2}{x}$

g) $f(x) = (x^2 + 5x - 3)^3$

h) $y = \sqrt[3]{(2x-3)^2}$

i) $f(x) = \left(4x^2 - \frac{1}{2}x\right)(9x + 8)$

j) $f(x) = (5x - 3)\left(4x - \frac{3}{x}\right)$

k) $y = x^3(3x + 1)$

l) $f(t) = \frac{6t-3}{5t+8}$

m) $f(z) = \frac{6-3z}{5-6z}$

n) $f(x) = \frac{ax+b}{ax-b}$

II. Determina $\frac{dy}{dx}$ para las siguientes funciones

a) $y = u^2 - u\ ,\ \ u = \frac{1}{x}$

b) $y = \frac{3}{u^3} - \frac{2}{u^2} \qquad u = x + 1$

ASIGNATURA: Cálculo Diferencial	LISTA DE COTEJO Bloque 2	ADA 3 Valor: 10 puntos
GRADO y GRUPO:	FECHA:	

Elemento	Valor en pts.	Valor alcanzados	Observaciones
El trabajo se entrega en tiempo y forma a través del representante del equipo. La lista de cotejo se integrará en la parte final de la ADA			*La entrega fuera de fecha será penalizada con 2 puntos. Teniendo como fecha máxima el día inmediato posterior a la fecha establecida. *No entregar lista de cotejo causa una penalización de 1 punto
Presenta una **portada** (logotipo, datos de la escuela, Título del trabajo, el criterio, integrantes del equipo, materia, nombre del profesor, grado, grupo y fecha de entrega).			
Contenido			
Presenta procedimientos claros y ordenados, así como aplica la técnica correspondiente al resolver los ejercicios de derivadas	9		
Presenta material didáctico limpio, ordenado y estructurado	0.5		
Participación y actitudes			
Participan de manera colaborativa, honesta y responsable durante la elaboración de la actividad.	0.5		*En caso de plagio total o parcial la calificación es CERO.
Demuestran una actitud positiva con el profesor y sus compañeros durante el bloque.			
Total	**13**		

Integrantes del equipo	Firma de conformidad con el resultado
1.	
2.	

Niveles de dominio	Preformal 0-59	Receptivo 60-69	Resolutivo 70-79	Autónomo 80-89	Estratégico 90-100

DERIVACIÓN TRASCENDENTAL

DERIVADAS TRASCENDENTES
Son funciones logarítmicas exponenciales y trigonométricas.
Ejemplo:

$$\boldsymbol{y = a^{\tan x}}$$
$$\boldsymbol{y' = a^{\tan x} \cdot \ln a \cdot \sec^2 x}$$
$$\boldsymbol{(a^x) = a^x \cdot \ln a}$$

$$\boldsymbol{y = e^{u(x)}} \qquad \boldsymbol{y = u'\ e^{u(x)}}$$

LA DERIVADA DEL NÚMERO "e" ELEVADO A UNA FUNCIÓN DE x es igual al número "e" elevado a dicha función de x multiplicado por la derivada de dicha función.

Ejemplos:

1) $f(x) = e^{2x}$ Sol: $f'(x) = \boxed{2e^{2x}}$

2) $f(x) = e^{7x}$ Sol: $f'(x) = \boxed{7e^{7x}}$

Derivada de una función exponencial con base el número *e*

Ejemplos:

3) $f(x) = e^{(x^5+x^2+x+8)^3}$ Solución: $f'(x) = 3e^{(x^5+x^2+x+8)^3}(x^5+x^2+x+8)^2(5x^4+2x+1)$

4) $f(x) = e^{(2x^4-4x^2+7x+4)^5}$ Solución:
$f'(x) = 5e^{(2x^4-4x^2+7x+4)^5}(2x^4-4x^2+7x+4)^4(8x^3-8x+7)$

Derivada de una función exponencial con base distinta del número *e*

Ejemplos:

5) $f(x) = 4^{(8x^4+5x^3+2x^2+x+4)^6}$

Solución: $f'(x) = 4^{(8x^4+5x^3+2x^2+x+4)^6} 6(8x^4+5x^3+2x^2+x+1)^5(32x^3+15x^2+4x+1)\ln(4)$

6) $f(x) = 5^{(2x^4+4x^3+3x^2+x+4)^7}$

Solución: $f'(x) = 5^{(2x^4+4x^3+3x^2+x+4)^7} 7(2x^4+4x^3+3x^2+x+4)^6(8x^3+12x^2+6x+1)\ln(5)$

Derivada de una función logarítmica forma simple:

$$f(x) = \ln x \qquad\qquad f'(x) = \frac{1}{x}$$

Ejemplos:

7) $f(x) = 5\ln(x)$ Sol: $f'(x) = \boxed{\frac{5}{x}}$

8) $f(x) = \frac{3}{5}\ln(x)$ Sol: $f(x) = \boxed{\frac{3}{5x}}$

Derivada de una función logarítmica: Forma compuesta simple

$$y = \ln u(x) \qquad\qquad y' = \frac{u'}{u}$$

LA DERIVADA DEL LOGARITMO NEPERIANO DE UNA FUNCIÓN DE x es igual a la derivada de la función de x dividida entre dicha función.

Ejemplos:

9) $f(x) = \ln(2x)$ Sol: $f'(x) = \frac{2}{2x} = \boxed{\frac{1}{x}}$

10) $f(x) = \ln\left(\frac{3x}{4}\right)$ Sol: $f'(x) = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3x}{4}} = \boxed{\frac{1}{x}}$

DERIVACION LOGARITMICA EXPONENCIAL

$$Ln\left(a^{b}\right) = bLn\left(a\right)$$

El LOGARITMO DE “a” ELEVADO A “b” es igual al exponente b multiplicado por el logaritmo de a.

Ejemplos:

11) $f(x)=\ln(x^2)$ Sol: $f(x)=\ln(x^2)=2\ln(x)$ $f'(x)=\boxed{\frac{2}{x}}$

12) $f(x)=\ln(x^{-5})$ Sol: $f(x)=\ln(x^{-5})=-5\ln(x)$ $f'(x)=\frac{-5x^{-6}}{x^{-5}}=\frac{-5x^5}{x^6}=\boxed{\frac{-5}{x}}$

DERIVADAS TRIGONOMÉTRICAS:

Derivada de una función trigonométrica tipo seno:

Ejemplo:

$f(x)=sen(-3x+6)^2$

$Solución$: $f'(x)=2.(-3x+6)(-3)\,cos(-3x+6)^2=-6(-3x+6).cos(-3x+6)^2$

Derivada de una función trigonométrica tipo coseno:

Ejemplo:

$f(x)=cos^4(x^2+1)^6$

$Solución$: $f'(x)=4\,cos^3(x^2+1)^6.(-sen(x2\quad+1)^6\cdot)6(x^2+1)^5\cdot 2x$

$=-48x(x^2+1)^5.cos^3(x^2+1)^6\cdot sen(x^2+1)^6$

Derivada de una función trigonométrica tipo tangente:

Ejemplo:

$f(x)=(4x^2-5)tg(x+7)$

Solución: $f'(x)=8xtg(4x^6+7)+24x^5(4x^2-5)\left[1+tg^2(4x^6+7)\right]$

Derivada de una función trigonométrica tipo cotangente:

Ejemplo:

$$f(x)=cot\,g\,2x$$

$Solución$: $f'(x)=-(1+cot\,g^2\,2x)\cdot 2=-2\,cos\,e\,c^2 2x$

Ejemplo: $y=\frac{e^{4x}}{cot\ 20x}$

$Solución$:

$$y'=\frac{4\ e^{4x}\ Cot\ 20x\ +20\ e^{4x}\ Csc^2\ 20x}{(Cot\ 20x)^2}$$

$$\mathrm{y}'=\frac{4\ \mathrm{e}^{4x}(\ \mathrm{Cot\ 20x\ +5\ Csc^2\ 20x})}{\mathrm{Cot^2\ 20x}}$$

Derivada de una función trigonométrica tipo arco tangente:

Ejemplo:

$f(x) = (x^2+1)\ arc\ tg(x^3+5)$

Solución: $f'(x) = 2x\ arc\ tg(x^3+5) + \dfrac{3x^2(x^2+1)}{1+(x^3+5)^2}$

Ejemplo: $y = \dfrac{x}{arctgx}$

Solución: $y' = \dfrac{1 \cdot arctgx - x \cdot \frac{1}{1+x^2}}{(arctgx)^2} = \dfrac{\frac{arctgx}{1} - \frac{x}{1+x^2}}{(arctgx)^2} = \dfrac{\frac{(1+x^2)arctgx - x}{1+x^2}}{(arctgx)^2} = \dfrac{(1+x^2)arctgx - x}{(1+x^2)(arctgx)^2}$

Derivada de una función trigonométrica tipo arco seno:

Ejemplo: $f(x) = (x+3)\ arc\ \text{sen}(x^2+2)$

Solución: $f'(x) = arc\ \text{sen}(x^2+2) + \dfrac{2x(x+3)}{\sqrt{1-(x^2+2)^2}}$

Ejemplo: $y = arcsen\sqrt{x}$

Solución: $y' = \dfrac{1/2\sqrt{x}}{\sqrt{1-(\sqrt{x})^2}} = \dfrac{1}{2\sqrt{x}\cdot\sqrt{1-x}} = \dfrac{1}{2\sqrt{x\cdot(1-x)}}$

Actividad de Aprendizaje 4

Derivadas de funciones transcedentales

Aprendizaje esperado: utiliza los diferentes procesos de derivación

Nombre: ____ Grado y Grupo: _____Fecha: _____________

I. Deriva las siguientes funciones

a) $f(x) = a\cos 3x$

b) $f(x) = 2\ sen\ \frac{x}{2}$

c) $f(x) = \sqrt{sen\ 4x}$

d) $f(x) = x^2 \cos x^2$

e) $f(x) = \frac{sen\ 3x}{x}$

f) $f(x) = arc\ sen\ 5x$

g) $f(x) = arc \sec \sqrt{x}$

h) $f(x) = arc \cos \sqrt{1 - x^2}$

i) $f(x) = x^2\ arc\tan x$

j) $f(x) = \ln 4x^2$

k) $f(x) = \log 5x^3$

l) $f(x) = x^2 \ln x$

m) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

n) $f(x) = \ln(sen\ x)$

o) $f(x) = e^{3x^{2-2x+1}}$

p) $f(x) = \frac{e^x}{x+1}$

ASIGNATURA: Cálculo Diferencial	LISTA DE COTEJO Bloque 2	ADA 4 Valor: 12 puntos
GRADO y GRUPO:	FECHA:	

Elemento	Valor en pts.	Valor alcanzados	Observaciones
El trabajo se entrega en tiempo y forma a través del representante del equipo. La lista de cotejo se integrará en la parte final de la ADA			*La entrega fuera de fecha será penalizada con 2 puntos. Teniendo como fecha máxima el día inmediato posterior a la fecha establecida. *No entregar lista de cotejo causa una penalización de 1 punto
Presenta una **portada** (logotipo, datos de la escuela, Título del trabajo, el criterio, integrantes del equipo, materia, nombre del profesor, grado, grupo y fecha de entrega).			
Contenido			
Presenta procedimientos claros y ordenados, así como aplica la técnica correspondiente al resolver los ejercicios de derivadas	10		
Presenta material didáctico limpio, ordenado y estructurado	1		
Participación y actitudes			
Participan de manera colaborativa, honesta y responsable durante la elaboración de la actividad.	1		*En caso de plagio total o parcial la calificación es CERO.
Demuestran una actitud positiva con el profesor y sus compañeros durante el bloque.			
Total	**13**		

Integrantes del equipo	Firma de conformidad con el resultado
1.	
2.	

Niveles de dominio	Preformal 0-59	Receptivo 60-69	Resolutivo 70-79	Autónomo 80-89	Estratégico 90-100

Derivadas de orden superior

Puede ocurrir que la derivada de la función sea a su vez una función derivable, o sea, la derivada de la derivada. A ésta se le llama segunda derivada de la función y se denota por f''.

Podría ser que la segunda derivada también sea una función derivable, o sea la derivada de la segunda derivada. A ésta se le llama tercera derivada y se denota f'''.

De la misma manera se puede calcular la cuarta derivada y así sucesivamente. Estas son derivadas sucesivas o de orden superior.

En general, una derivada superior es la n-ésima derivada de *y=f(x)* cuando *n* es mayor que uno. Si $f(x) = 6x^4$

$+ 5x^3 - 3x^2$

Entonces:

$$f'(x) = 24x^3 + 15x^2 - 6x$$
$$f''(x) = 72x^2 + 30x - 6$$
$$f'''(x) = 144x + 30$$

Recordamos que si (t) nos indica la distancia de una partícula al origen en un tiempo, entonces $\frac{d}{dt}(t)$es la velocidad en el tiempo.

Al calcular la derivada de la velocidad con respecto al tiempo se obtiene la aceleración instantánea en el tiempo.

Si denotamos esta aceleración por (t) se tiene que $a(t)$ = $s''(t)$, es decir segunda derivada de la distancia respecto al tiempo es la aceleración.

Ejemplo

Calcula la velocidad y la aceleración instantánea a los 3 segundos de un cuerpo que se mueve en línea recta según

(t) = $t3 - 4t2 + 10$

Solución:

$(t) = t^3 - 4t^2 + 10$ por lo tanto velocidad instantánea es igual a la primera derivada del desplazamiento y la aceleración es igual a la segunda derivada del desplazamiento, o sea $\dot{v}(t) = s'(t) = 3t^2 - 8t$ de donde a los 3 segundos, $\dot{v}(3) = 3(3)^2 - 8(3) = 27 - 24 = 3\ m/s$

$(t) = s''(t) = 6t - 8$ de donde a los 3 segundos $a(t) = 6(3) - 8 = 18 - 8 = 10\ m/s^2$

Actividad de Aprendizaje 5

Derivadas de orden superior

Aprendizaje esperado Deriva de manera sucesiva

Nombre: ____ Grado y Grupo: _____Fecha: ______________

I. Realiza lo que se indica

a) Determina $\frac{d^2y}{dx}$ (segunda derivada) de la función $y = cos^3x$

b) Determina $\frac{d^3y}{dx}$ (tercera derivada) de la función $y = \ln x$

c) Halla $\frac{d^4y}{dx}$ (cuarta derivada) de la función $y = x^3 + 2x^2 - x$

d) Determina $\frac{d^2y}{dx}$ (segunda derivada) de la función $\frac{4x-1}{5x+3}$

e) Halla $\frac{d^4y}{dx}$ (cuarta derivada) de la función $y = sen\ x + \cos x$

f) Halla $\frac{d^2y}{dx}$ (segunda derivada) de la función $y = \ln(sen\ x)$

g) Determina $\frac{d^3y}{dx}$ (tercera derivada) de la función $y = \frac{3}{(x-1)^2}$

h) Halla la $\frac{d^2y}{dx}$ (segunda derivada) de la función $y = \tan e^x$

i) Halla la $\frac{d^2y}{dx}$ (segunda derivada) de la función $y = \sqrt{9 - x^2}$

ASIGNATURA: Cálculo Diferencial	**LISTA DE COTEJO** **Bloque 2**	**ADA 5** **Valor: 10 puntos**
GRADO y GRUPO:	**FECHA:**	

Elemento	Valor en pts.	Valor alcanzados	Observaciones
El trabajo se entrega en tiempo y forma a través del representante del equipo. La lista de cotejo se integrará en la parte final de la ADA			*La entrega fuera de fecha será penalizada con 2 puntos. Teniendo como fecha máxima el día inmediato posterior a la fecha establecida. *No entregar lista de cotejo causa una penalización de 1 punto
Presenta una **portada** (logotipo, datos de la escuela, Título del trabajo, el criterio, integrantes del equipo, materia, nombre del profesor, grado, grupo y fecha de entrega).			
Contenido			
Presenta procedimientos claros y ordenados, así como aplica la técnica correspondiente al resolver los ejercicios de derivadas de orden superior	10		
Presenta material didáctico limpio, ordenado y estructurado	-1		
Participación y actitudes			
Participan de manera colaborativa, honesta y responsable durante la elaboración de la actividad.	-1		*En caso de plagio total o parcial la calificación es CERO.
Demuestran una actitud positiva con el profesor y sus compañeros durante el bloque.			
Total	**13**		

Integrantes del equipo	Firma de conformidad con el resultado
1.	
2.	

Niveles de dominio	Preformal 0-59	Receptivo 60-69	Resolutivo 70-79	Autónomo 80-89	Estratégico 90-100