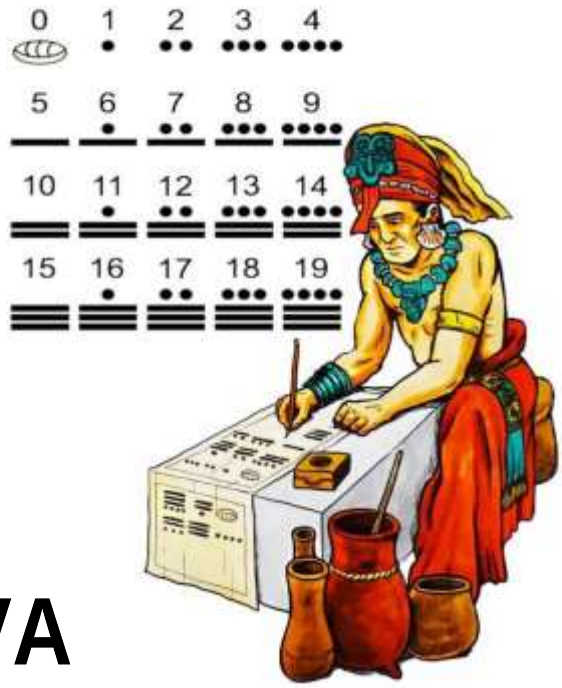
ESCUELA PREPARATORIA ESTATAL Núm. 6
"ALIANZA DE CAMIONEROS"
CLAVE 31EBH0033X

CALLE 64 No. 602 A ENTRE 75 Y 77 TEL. 923-24-11
HORARIO DE 7:00 A 12:30 HORAS DE LUNES A VIERNES; MÉRIDA, YUC. MÉX



Material de OPTATIVA

Cálculo Diferencial

Quinto semestre

Agosto de 2023
Mérida, Yucatán

Compilado por LEM. Martha Rodríguez Z.
Editado por LM Jesica E. Pasos Vega

Presentación

Bienvenido a la asignatura de **Cálculo Diferencial**, este curso se llevará a cabo de manera **presencial**, o sea, se espera que trabajes en el aula con tus compañeros y con el apoyo del docente, pero también se espera que trabajes de manera autónoma aprendiendo a través de lecturas, videos y tareas.

El material se divide en **tres bloques**, cada uno te brinda lecturas, ejemplos y links para consultar vídeos o documentos, también te proporciona actividades y lista de cotejo con información relevante que te ayudará para el buen desarrollo del aprendizaje. Toda la información básica necesaria lo brinda este material y será complementado por mí, tu docente.

Tendrás que trabajar varias **Actividades de Aprendizaje (ADA)** de manera individual o por equipo, por lo que será necesario tener prácticas saludables de convivencia, organización de funciones y calendarización personal y grupal. Cada equipo se conformará con la dirección de tu docente y estará integrado por **5 personas como máximo**.

Algunos de los aprendizajes más preciados que deberás demostrar son **los valores éticos**, se espera que trabajes con honestidad, dedicación y respeto, por lo cual será sancionada aquella persona o personas que infrinjan el reglamento escolar, o aquellas que entreguen con atraso, o trabajen desorganizadamente, quienes incumplan con los lineamientos, quienes no trabajen con su equipo, quienes copien tareas ajenas, quienes cometan plagio. Las sanciones van desde perder unos puntos, hasta no ser aceptada su tarea, también podría ser excluido de su equipo, ser canalizado a tutorías u orientación escolar hasta ser reportado a la Dirección de la Escuela y perder la calificación total del trabajo. Confío en que al ponerse a prueba tu carácter, no tengamos que vivir dichas experiencias, sino todo lo contrario, que en medio de todo tu proceso de aprendizaje manifiestes un carácter honorable.

Recuerda que serás evaluado a través de ADAs, Actividades integradoras y prueba escrita por lo que de manera continua es necesario que demuestres tus avances y que estés pendiente de los **criterios de evaluación** que se te solicita, y que se encuentran con especificaciones en la **lista de cotejo** al final de cada Bloque.

¡Éxito!

LEM. Martha Rodríguez Zapata

El **propósito** de la asignatura Cálculo Diferencial es que aprendas a identificar, utilizar y comprender los sistemas de representación del cambio continuo y su discretización numéricas con fines predictivos.

Eje disciplinar	Componentes	Contenidos centrales
Pensamiento y lenguaje variacional	Cambio y predicción: Elementos del Cálculo	• Introducción a las funciones algebraicas y elementos de las funciones trascendentes elementales. • Tratamiento intuitivo: numérico, visual y algebraico de los límites. • Uso de la derivada en diversas situaciones contextuales. Tratamiento del cambio y la variación: estrategias variacionales. • Graficación de funciones por diversos métodos Introducción a las funciones continuas y a la derivada de una función. Criterios de optimización: Criterios de localización para máximos y mínimos de funciones.

Te presento en el **Bloque 1** lo que se espera desarrolles durante tu proceso de aprendizaje y los criterios y porcentaje con los que serás evaluado:

Contenido central	Contenidos específicos	Aprendizajes esperados	Productos esperados	Producto Integrador
▪ Introducción a las funciones algebraicas y elementos de las funciones trascendentes elementales. ▪ Tratamiento intuitivo: numérico, visual y algebraico de los límites.	▪ ¿Se pueden sumar las funciones? ¿Qué se obtiene de sumar una función lineal con otra función lineal? ¿una cuadrática con una lineal? ¿se le ocurren otras? ▪ Intervalos de monotonía, funciones crecientes y decrecientes. ▪ Teoremas de límites. Aplicación de los diversos tipos de límites de funciones como por ejemplo: indeterminados del tipo $\frac{0}{0}$ y $\frac{\infty}{\infty}$, límites infinitos y límites en el infinito. ▪ El tratamiento de las representaciones del cambio en distintos contextos. Tablas, gráficas, textos, expresión oral, movimiento físico, funciones. ¿Puedo representar mi posición en una gráfica dependiente del tiempo?	1) Opera algebraica y aritméticamente, así como representan y tratan gráficamente a las funciones polinomiales básicas (lineales, cuadráticas y cúbicas). 2) Emplea los límites en las diferentes situaciones que se les presenta. 3) Determina algebraica y visualmente las asíntotas de algunas funciones racionales básicas. 4) Caracteriza a las funciones algebraicas y las funciones trascendentes como herramientas de predicción, útiles en una diversidad de modelos para el estudio del cambio.	▪ Representar el cambio numérico de patrones de crecimiento en tablas y gráficas. ▪ Establecer conjeturas del tipo ¿cómo serán las sumas de funciones crecientes? ▪ Predecir la situación óptima de un fenómeno de cambio del tipo no lineal y parabólico.	Práctica Evaluativa 60% ADAS

Te presento en el **Bloque 2** lo que se espera desarrolles durante tu proceso de aprendizaje y los criterios y porcentaje con los que serás evaluado:

Contenido central	Contenidos específicos	Aprendizajes esperados	Productos esperados	Producto Integrador
▪ Uso de la derivada en diversas situaciones contextuales. Tratamiento del cambio y la variación: estrategias variacionales.	▪ La derivada como razón de cambio. ▪ ¿Qué tipo de procesos se precisan para tratar con el cambio y la optimización, sus propiedades, sus relaciones y sus transformaciones representacionales? ▪ ¿Por qué las medidas del cambio resultan útiles para el tratamiento de diferentes situaciones contextuales? ▪ ¿Qué es el cambio y qué la variación? ▪ ¿Cómo represento el cambio? ▪ Construyendo modelos predictivos de fenómenos de cambio continuo y cambio discreto. ▪ Calcular derivadas de funciones mediante técnicas diversas.	5) Reconoce la derivada como razón de cambio. 6) Construye y analiza sucesiones y reconoce patrones de crecimiento y de decrecimiento. 7) Utiliza los diferentes procesos para la derivación.	▪ Estimar lo siguiente: Si una población crece exponencialmente ¿cómo se estima su valor unos años después? ▪ Derivación de orden superior. ▪ Derivadas utilizando la regla de la cadena.	Prueba escrita (bloque 1 y 2) 60% ADAS

Te presento en el **Bloque 3** lo que se espera desarrolles durante tu proceso de aprendizaje y los criterios y porcentaje con los que serás evaluado:

Contenido central	Contenidos específicos	Aprendizajes esperados	Productos esperados	Producto Integrador
▪ Graficación de funciones por diversos métodos Introducción a las funciones continuas y a la derivada de una función. Criterios de optimización: Criterios de localización para máximos y mínimos de funciones.	▪ ¿Si una función pasa de crecer a decrecer hay un punto máximo en el medio? ¿al revés, un punto mínimo? ¿Así se comporta la temperatura en mi ciudad durante todo el día? ▪ Determinar el máximo o el mínimo de una función mediante los criterios de la derivada ¿Dónde se crece más rápido? ▪ Encuentra los puntos de inflexión de una curva mediante el criterio de la segunda derivada. ¿Cómo se ve la gráfica en un punto de inflexión? ¿podrías recortar el papel siguiente esa gráfica?, ¿Qué observas?	8) Analiza las regiones de crecimiento y decrecimiento de una función. 9) Encuentra en forma aproximada los máximos y mínimos de una función. 10) Deriva de manera sucesiva como medio adecuado para la predicción local. 11) Localiza los máximos, mínimos y las inflexiones de una gráfica para funciones polinomiales y trigonométricas.	▪ Localizar en el plano cartesiano las regiones de crecimiento y de decrecimiento de una función dada en un contexto específico. (considerar deferentes ejemplos) ▪ Calcular el máximo de la trayectoria en el tiro parabólico.	Práctica Evaluativa. 60% ADAS

BLOQUE 1.

INTRODUCCIÓN A LAS FUNCIONES

- ✓ Operaciones con las funciones algebraicas
- ✓ Gráfica de funciones
- ✓ Aplicación de los diversos tipos de límites de funciones como por ejemplo: indeterminados del tipo 0 /0 y ∞/ ∞ , límites infinitos y límites en el infinito.

Criterios de evaluación	
Criterio	**Ponderación**
Práctica Evaluativa	**60%**
Actividades de aprendizaje	**40%**

BLOQUE 1

SEMANA 1: DEL 28 DE AGOSTO AL 01 DE SEPTIEMBRE

AE 1. Opera algebraica y aritméticamente, así como representan y tratan gráficamente a las funciones polinomiales básicas (lineales, cuadráticas y cúbicas)

SESIÓN 1

Presentación de la asignatura

Introducción

La creación del Cálculo

En sus comienzos el cálculo fue desarrollado para estudiar cuatro problemas científicos y matemáticos:

a. Encontrar la tangente a una curva en un punto.
b. Encontrar el valor máximo o mínimo de una cantidad.
c. Encontrar la longitud de una curva, el área de una región y el volumen de un sólido.
d. Dada una fórmula de la distancia recorrida por un cuerpo en cualquier tiempo conocido, encontrar la velocidad y la aceleración del cuerpo en cualquier instante. Recíprocamente, dada una fórmula en la que se especifique la aceleración o la velocidad en cualquier instante, encontrar la distancia recorrida por el cuerpo en un período de tiempo conocido.

Hombres brillantes de este siglo ofrecieron aportaciones, entre ellos el filósofo-matemático alemán Gottfried Wilhelm Leibniz y el físico matemático inglés Isaac Newton. Se sabe que los dos trabajaron en forma casi simultánea pero sus enfoques son diferentes. Los trabajos de Newton están motivados por sus propias investigaciones físicas (de allí que tratara a las variables como "cantidades que fluyen") mientras que Leibniz conserva un carácter más geométrico y, diferenciándose de su colega, trata a la derivada como un cociente incremental, y no como una velocidad. Leibniz no habla de derivada sino de incrementos infinitamente pequeños, a los que llama diferenciales. Un incremento de x infinitamente pequeño se llama diferencial de x, y se anota dx. Lo mismo ocurre para y (con notación dy). Lo que Newton llamó fluxión, para Leibniz fue un cociente de diferenciales (dy/dx). No resulta difícil imaginar que, al no poseer en esos tiempos un concepto claro de límite y ni siquiera de función, los fundamentos de su cálculo infinitesimal son poco rigurosos.

Hoy está claro que ambos descubrieron este cálculo en forma independiente y casi simultánea entre 1670 y 1677, aunque fueron publicados unos cuantos años más tarde.

La difusión de las nuevas ideas fue muy lenta y al principio sus aplicaciones escasas. Los nuevos métodos tuvieron cada vez más éxito y permitieron resolver con facilidad muchos problemas.

Para trabajar Cálculo será necesario que tengas claro algunos antecedentes, en especial qué características posee una función.

Ver https://www.youtube.com/watch?v=eCB_Jr_VKyg

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

Instrucciones: Subraya la respuesta que consideres correcta.

1. Al factorizar la expresión x^2-6x+8, se obtiene

A) $(x+4)(x+2)$
B) $(x-4)(x-2)$
C) $(x+4)(x-6)$
D) $(x-6)(x-8)$

2. Es el desarrollo del siguiente producto notable $(4x-5)^3$

A) $64x^3-240x^2+300x+125$
B) $64x^3+240x^2+300x+125$
C) $-64x^3+240x^2-300x+125$
D) $64x^3-240x^2+300x-125$

3. El siguiente producto notable $(x^3+4y^2)(x^3-3y)$ se denomina:

A) Binomios conjugados
B) Binomios con término común
C) Diferencia de cubos
D) Suma de cubos

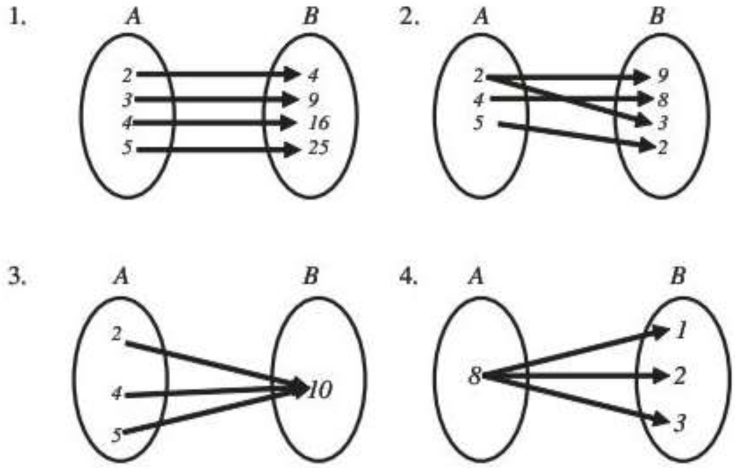
4. La función $f(x)=x^2+3x-10-x^2$ es una función:

A) Constante
B) Lineal
C) Racional
D) Cuadrática

5. . Cuál es el grado de la función $f(x)=\mathrm{x}(6\mathrm{x}-2x^2+5)$ es:

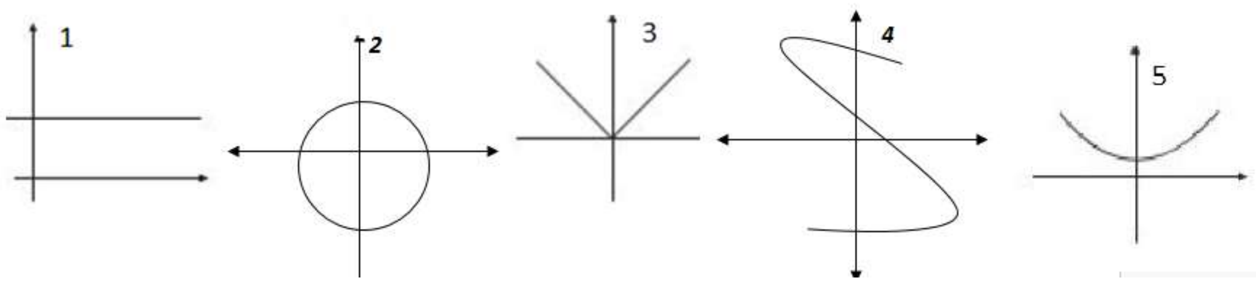
A) 6
B) 5
C) 3
D) 2

6. De los siguientes diagramas, ¿cuáles corresponden a funciones?



A) 1 y 2
B) 2 y 3
C) 1 y 3
D) 2 y 4

7. De las siguientes gráficas, las que **NO** corresponden a funciones son las que tienen los números:



A) 1, 3
B) 1, 2
C) 4, 5
D) 2, 4

8. Sean las funciones $f(x) = x^2 - 8x$, y $g(x) = x$, la función $\frac{f}{g}$ es:

A) $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = x^2 - 7x$
B) $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = x - 8$
C) $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = x^2 - 8$
D) $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = x^2 - 9x$

9. El dominio de la función $f(x) = \sqrt{x+8}$ es:

A) $D_f = [-8,\infty)$
B) $D_f = \mathbb{R} - \{8\}$
C) $D_f = \mathbb{R}$
D) $D_f = (8,\infty)$

10. Sean las funciones $f(x) = x^2 - 8x + 9$, y $g(x) = x - 7$, la función $f - g$ es:
A) $(f-g)(x) = x^2 - 7x + 2,$
B) $(f-g)(x) = x^2 - 9x + 16$
C) $(f-g)(x) = x^2 - 6x + 2$
D) $(f-g)(x) = x^2 - 9x + 2$

11. El dominio de la función $f(x) = \frac{3}{x^2+3x+2}$ es:
A) $D_f = [-2,\infty)$
B) $D_f = \mathbb{R} - \{-2,-1\}$
C) $D_f = \mathbb{R}$
D) $D_f = (-1,\infty)$

12. Sean las funciones $f(x) = x - 6$, y $g(x) = x + 6$, la función $f \cdot g$ es:
A) $(f \cdot g)(x) = x^2 - 12x + 36$
B) $(f \cdot g)(x) = x^2 + 12x + 36$
C) $(f \cdot g)(x) = x^2 - 36$
D) $(f \cdot g)(x) = x^2 + 36$

13. Es el rango de la función $f(x) = x^2 - 3$:
A) (∞,∞)
B) $[-3,\infty)$
C) $(-\infty,-3]$
D) $(-\infty,3]$

SESIÓN 2

AE1) Opera algebraica y aritméticamente, así como representan y tratan gráficamente a las funciones polinomiales básicas (lineales, cuadráticas y cúbicas).

Relaciones y funciones.

A lo largo de tu vida has relacionado eventos o fenómenos para poder comprender las situaciones, como por ejemplo, cuando se reparten los temas de una exposición en equipo, cuando asignan la posición que tomarán los jugadores de futbol, la distancia que recorre un automóvil al transcurrir el tiempo, la velocidad de un objeto que cae a una altura determinada, etc.; estos eventos suceden debido a que es un mundo cambiante, donde existe un sinfín de magnitudes que varían, como: el tiempo, la posición de la luna, el precio de un artículo, la población, entre otras.
A continuación, se definirán los conceptos principales para desarrollar esta asignatura, como el concepto de relación y función, y la diferencia que hay entre ellos.

Relaciones.
La *relación* entre dos conjuntos es la correspondencia que existe entre los elementos de un primer conjunto llamado dominio, con uno o más elementos de un segundo conjunto llamado contradominio o codominio.
Una relación se puede representar utilizando las siguientes formas:

1. *Mediante un criterio de selección o regla de asociación*, el cual se puede presentar en forma de enunciado o una expresión analítica (fórmula), que explicita la relación entre los elementos de los dos conjuntos.
2. *Mediante un diagrama sagital,* el cual relaciona los elementos de dos conjuntos por medio de flechas.
3. *Mediante un producto cartesiano,* el cual consiste en obtener todos los pares ordenados posibles, cuya primera coordenada es un elemento del primero conjunto y la segunda coordenada es un elemento del segundo conjunto. Si los conjuntos a relacionar son A y B, el producto cartesiano entre ellos se denota como A x B.
4. *Mediante una tabla,* la cual es la organización de los conjuntos en columnas, relacionando así los elementos mediante las filas.
5. *Mediante una gráfica,* la cual es una representación de elementos, generalmente numéricos, mediante líneas, superficies o símbolos, para ver la relación que guardan entre sí.

Funciones.

Una *función (f)* es una relación *especial* en la cual a cada elemento del primer conjunto (x), dominio, le corresponde uno y sólo un elemento del segundo conjunto (y) contradominio.

Dominio y rango.

En el estudio de las relaciones y las funciones, algunos conceptos deben quedar suficientemente claros para ser utilizados correctamente. Entre ellos se encuentran el concepto de dominio y contradomonio o codominio, mencionados anteriormente, los cuales se definen a continuación.

Dominio (Dom): Es el conjunto de elementos a los que se les aplica la relación.

Contradominio o *codominio*: Es el conjunto al que son enviadas, mediante la relación, los elementos del dominio.

Argumentos: Son los elementos del dominio, es decir, los valores que se toman para construir la relación.

Imágenes: Son los elementos del contradominio o codominio que están asociados con algún argumento.

Rango: Es el subconjunto del codominio o contradominio que contiene a todas las imágenes o valores de la relación.

Ver https://www.youtube.com/watch?v=onh9C8dv9x4

https://www.youtube.com/watch?v=glhFLEZgnrE

Una función f que relaciona a un conjunto X con un conjunto Y se denota de la siguiente forma:

$$\mathbf{f : X \rightarrow Y}$$

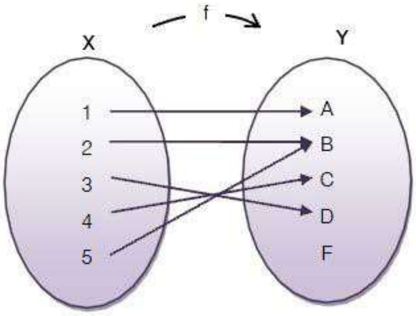
Se lee: "función f de X a Y".

Cada elemento del conjunto X le asocia un elemento del conjunto Y mediante la función "f", por lo tanto, se pueden relacionar de forma individual, con **representación sagital**:

f(1) = A   f(2) = B

f(3) = D   f(4) = C

f(5) = B



En general si se desea relacionar cualquier elemento del dominio con su correspondiente imagen, se denotaría de la siguiente forma: **f(x)=y** Se lee: "f de x es igual a y".

Si se expresa la función como **pares ordenados** se obtiene:

f(x)={(1, A), (2, B), (3, D), (4, C), (5, B)}

También se puede representar la función en forma de **tabla**, como se observa a continuación

x	f(x)
1	A
2	B
3	D
4	C
5	B

Cuando una función está expresada en forma de enunciado se puede escribir su **representación analítica** o viceversa, como en los siguientes ejemplos:

1. Si el enunciado es: "El cubo de un número más cinco", entonces su representación analítica es: $f(x) = x^3 + 5$
2. Si la representación analítica es $f(m) = \frac{m}{4} - 7$, el enunciado correspondiente es: "la cuarta parte de un número disminuido en 7 unidades".

Mediante un criterio de selección o regla de asociación.

3. La relación que guarda los precios de los productos.
4. La relación que existe entre los kilómetros que recorre un automóvil con el tiempo que transcurre, si éste se mueve a una velocidad de 95 Km/h y tiene que recorrer 45 Km para trasladarse de Mérida a Chelem.

Ver https://www.youtube.com/watch?v=vjx4i8DkgF4

SESIÓN 3

CLASIFICACIÓN DE LAS FUNCIONES

En estudios anteriores has resuelto problemas que se tienen que modelar mediante una expresión algebraica y que pueden ser representados con gráficas para poder darles solución, se construyen modelos de la vida real con funciones.

Para hacer un uso adecuado de las funciones debes poseer habilidades para distinguir sus características, así como también para lograr una mejor interpretación:

- *FUNCIONES*
  - *ALGEBRAICAS*
    - *POLINOMIALES*
      - $\boxed{f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + . . . + a_2x^2 + a_1x + a_0; \quad a_n \neq 0}$
      - *CONSTANTES* $f(x)=a$
      - *LINEALES* $f(x)=a\,x + b$
      - *CUADRÁTICAS* $f(x)=ax^2+bx+c$
      - *CÚBICAS, etc.* $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$
    - *RADICALES*
      - $\boxed{f(x)=\sqrt[n]{x}}$
    - *RACIONALES*
      - $\boxed{f(x)=\dfrac{p(x)}{q(x)} \quad si \quad q(x)\neq 0, \quad dónde \quad p(x) \; y \; q(x) \; son \; polinomios}$
  - *TRASCENDENTES*
    - *TRIGONOMÉTRICAS*
      - $f(x)=\begin{cases} \operatorname{sen} x \\ \cos x \\ \tan x \\ \cot x \\ \sec x \\ \csc x \end{cases}$
    - *EXPONENCIALES*
      - $\boxed{f(x)=a^x \quad donde \quad a \succ 0, \quad a \in R}$
      - $\boxed{f(x)=e^x}$
    - *LOGARITMICAS*
      - $f(x)=\log_a x$
      - $f(x)=Ln x=\ln x$
      - $f(x)=\log x$

Funciones algebraicas

Son aquellas funciones que están compuestas por términos algebraicos mediante operaciones como la suma, resta, multiplicación, división, potenciación y extracción de raíces.

Las funciones algebraicas se dividen en *polinomiales, racionales e irracionales*.

A continuación, se definen cada una de ellas:

a. Funciones Polinomiales.

Estas funciones tienen como forma general la siguiente:

$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots\ldots. + a_2x^2 + a_1x^1 + a_0x^0$

Donde a representa a las constantes y n es un número no negativo.

El dominio de las funciones son aquellos valores que pueden sustituirse en la función y donde ésta sea verdadera, por tanto, *el dominio de las funciones polinomiales es el conjunto de los números reales.*

Ver: https://www.youtube.com/watch?v=FivdryOMLZ8
https://www.youtube.com/watch?v=M6A7wbmkK2s
https://www.youtube.com/watch?v=YnC4KtjGijw
Función cuadrática https://www.youtube.com/watch?v=Ql8L09-HsI0
En general: https://www.youtube.com/watch?v=pg5NeSHjgm0
Función a trozos: https://www.youtube.com/watch?v=AU1GVkYD78w
Función valor absoluto: https://www.youtube.com/watch?v=EpiXKxekdrw

b. Funciones irracionales

Se expresa como la raíz de una función polinomial.

$f(x) = \sqrt[n]{P(x)}$, con $P(x) \geq 0$

El dominio de las funciones son aquellos valores que pueden sustituirse en la función y donde ésta sea verdadera, por tanto, *el dominio de las funciones IRRACIONALES es el conjunto de los números reales donde* $P(x) \geq 0$

Ver https://www.youtube.com/watch?v=GicNW6V9CeU

c. Funciones racionales

Se expresa como el cociente de dos funciones polinomiales, o sea,

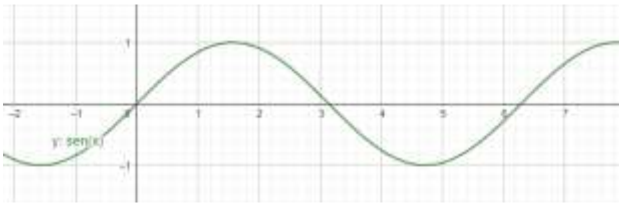
$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}, donde\ , Q(x) \neq 0$$

El dominio de las funciones son aquellos valores que pueden sustituirse en la función y donde ésta sea verdadera, por tanto, *el dominio de las funciones RACIONALES es el conjunto de los números reales donde* $Q(x) \neq 0$

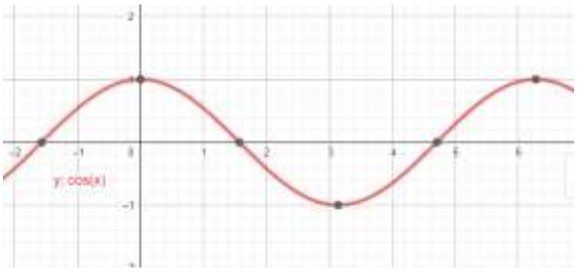
Ver https://www.youtube.com/watch?v=KnQDII6zSHY
Asíntotas https://www.youtube.com/watch?v=fuvLZau_K5E&t=522s

Funciones trascendentes

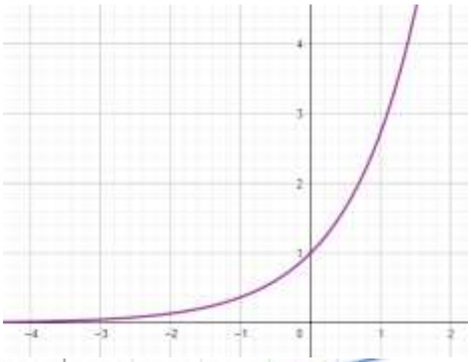
Las funciones trascendentes se dividen en: trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.



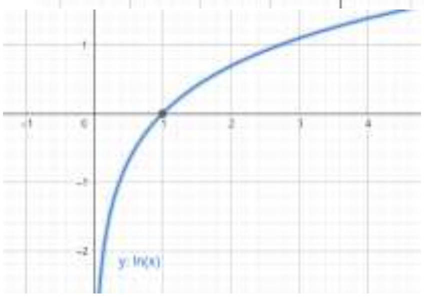
El dominio de la función f(x) = Sen x es el conjunto de los números reales



El dominio de las funciones f(x) = Cos x es el conjunto de los números reales



El dominio de la función y= e^x es el conjunto de los números reales



El dominio de la función f(x) = ln x es el conjunto de los números reales ≥ 0

Función trigonométrica https://www.youtube.com/watch?v=VxSyRH_sWwU

Función exponencial https://www.youtube.com/watch?v=A2N0CW_AL-Y

https://www.youtube.com/watch?v=JulYyOS0hH4

Función logarítmica https://www.youtube.com/watch?v=QaKvQAOefdU

SESIÓN 4

Actividad de Aprendizaje 1
Bloque 1

Contenidos	Funciones. Dominio. Rango. Clasificación de funciones
Aprendizajes esperados	1) Opera algebraica y aritméticamente, así como representan y tratan gráficamente a las funciones polinomiales básicas (lineales, cuadráticas y cúbicas).
Competencias Disciplinares	1. Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas o aleatorios mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales.
Atributos de las competencias genéricas	. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiadas. (Atributo: 4.1) . Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos. (Atributos: 5.1, 5.2, 5.3, 5.4 y 5.6) . Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva. (Atributos: 6.1 y 6.3) 7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida. (Atributos: 7.1) 8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos. (Atributos: 8.1, 8.2 y 8.3

1. En el listado que se te presenta, anota en la línea a qué tipo de función pertenece, dominio y rango de la función.

a) $h(x) = \sqrt[3]{3x-4}$ ________________________________

b) $f(x) = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}$ ___________________________

c) $g(x) = \frac{x+10}{x-2}$ ______________________________

d) $f(x) = (x-2)(x+5)$ _________________________

e) $g(x) = \frac{x^3+10x^2-1}{8}$ ______________________________

2. Bosqueja las siguientes funciones, indicando en cada una de ellas sus elementos generales (Dominio, Rango y gráfica).

a) $h(x) = \sqrt{x+2}$

b) $f(x) = \frac{4x^2-5}{x}$

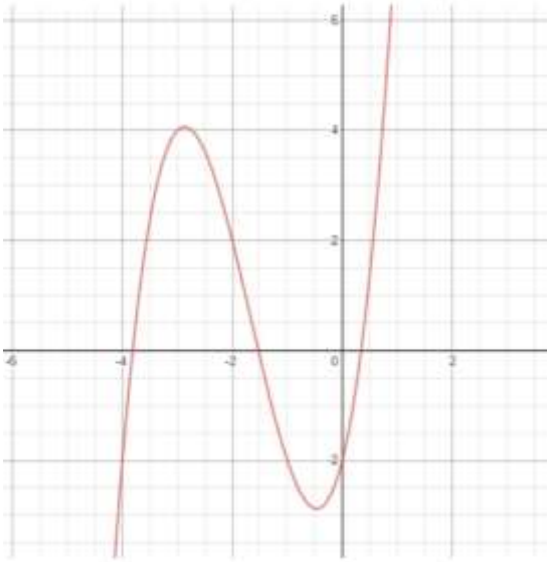
c) $h(x) = x^3 + x^2 - 2x$

d) $h(x) = \sqrt{121-x^2}$

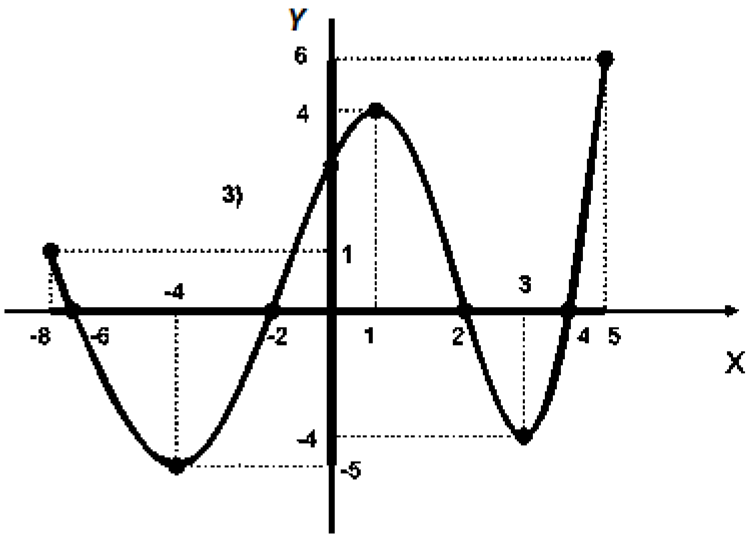
e) $f(x) = \sqrt{x^2-1}$

f) $g(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

3. Dada la siguiente función determina el Dominio, Rango e intersecciones con los ejes.



4. Considerando la siguiente gráfica encuentra lo que se te indica.



Dominio:
Rango:
Intervalos crecientes:
Intervalos decrecientes:
Raices:
Punto máximo:
Punto mínimo:
Intersección con el eje Y:
Grado mínimo

4. Sea $g(x) = x^2 - 7x + 10 \quad y \quad f(x) = x - 5$, determina lo que se te solicita

a. $g(x) + f(x) =$
b. $g(x) - f(x) =$
c. $g(x) * f(x) =$
d. $\frac{g(x)}{f(x)}$

ASIGNATURA: Cálculo Diferencial	LISTA DE COTEJO Bloque 1	ADA 1 Valor: 10 puntos
GRADO y GRUPO:	FECHA:	

Elemento	Valor en pts.	Valor alcanzados	Observaciones
El trabajo se entrega en tiempo y forma en binas, en hojas en blanco con portada La lista de cotejo se integrará en la parte final de la ADA			*La entrega fuera de fecha y/o sin cumplir las especificaciones será penalizada con 2 puntos. Teniendo como fecha máxima el día inmediato posterior a la fecha establecida. *No entregar lista de cotejo causa una penalización de 1 punto
Presenta una **portada** (logotipo, datos de la escuela, Título del trabajo, el criterio, nombres completo de los alumnos en orden alfabético iniciando por los apellidos, asignatura, nombre completo del profesor, grado, grupo y fecha de entrega).			
Formato: instrucciones con tinta azul op negra escrito de puño y letra del estudiante, procedimientos a lápiz			
Contenido			
I. Presenta una breve explicación al identificar correctamente unos conceptos básicos y completar la tabla de funciones	1		
II.Identifica el tipo de relación, tipo de representación, dominio y rango.	2		
III.Utilliza los conceptos para presentar el dominio y rango en diversas funciones algebraicas	6		
Participación y actitudes			
Participan de manera colaborativa, honesta y responsable durante la elaboración de la actividad. Demuestran una actitud positiva con el profesor y sus compañeros durante el bloque.	1		*En caso de plagio total o parcial la calificación es CERO.
Total	**10**		

Niveles de dominio	Preformal 0-59	Receptivo 60-69	Resolutivo 70-79	Autónomo 80-89	Estratégico 90-100

SEMANA 2: DEL 04 AL 08 DE SEPTIEMBRE

AE1. Opera algebraica y aritméticamente, así como representan y tratan gráficamente a las funciones polinomiales básicas (lineales, cuadráticas y cúbicas).
AE3. Determina algebraica y visualmente las asíntotas de algunas funciones racionales básicas.
AE4. Caracteriza a las funciones algebraicas y las funciones trascendentes como herramientas de predicción, útiles en una diversidad de modelos para el estudio del cambio.

SESIÓN 1 y 2

OPERACIONES CON FUNCIONES.

Si $\boldsymbol{f}$ y $\boldsymbol{g}$ son dos funciones cuyos valores funcionales son $\boldsymbol{f(x)}$ y $\boldsymbol{g(x)}$ y sus respectivos dominios representados son D_f y D_g se pueden realizar operaciones de suma, diferencia, producto y cociente, resultando una nueva función, con un nuevo dominio.

a. *Función suma:*

Sean f y g dos funciones y supongamos que D_f y D_g denotan los dominios de f y g, respectivamente. La función f + g está definida por: (f + g) (x) = f(x) + g(x) , por lo que el dominio de f + g es $D_f \cap D_g$,

O sea, *s= f + g= { (x, s(x)/S(x)= f(x) + g(x), x ∈ $D_f \cap D_g$.}*

Ejemplo:

1. Sea f(x) = x y g(x) = $\sqrt{x}$ Entonces (f + g) (x) = $x + \sqrt{x}$.

El dominio de f es (−∞, ∞) y el dominio de g es [0, ∞).

Así el dominio de f + g es $D_f \cap D_g$ = (-∞, ∞) ∩ [0, ∞) = [0, ∞).

b. Función producto:

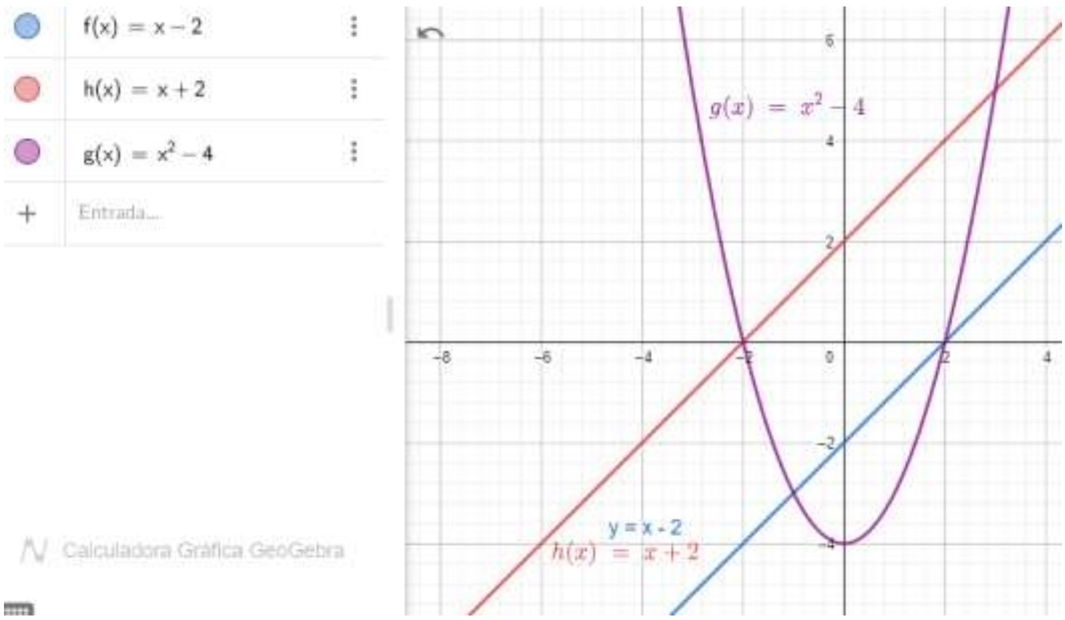
Sean f y g dos funciones y D_f y D_g denotan los dominios de f y g, respectivamente.

La función f · g está definida por (f · g) (x) = f(x)· g(x), por lo que, el dominio de f · g es $D_f \cap D_g$.

O sea, *p* = f**g* = *{(x, p(x)) / p(x) = f(x)* g(x), x* $\in D_f \cap D_g$*}*

Ejemplo:

1. Sea f(x) = x – 2 y g(x) = x + 2. Entonces (f· g) (x) = f(x) g(x) = (x + 2) (x - 2) = x^2 - 4.
   El dominio de f es $(-\infty, \infty)$ y el dominio de g es $(-\infty, \infty)$.
   Por tanto, el dominio de f · g es $D_f \cap D_g = (-\infty, \infty)$.



2. Sea f(x) = | x | y g(x) = 5. Entonces (f ·g) (x) = f(x) g(x) = | x |·5.
   El dominio de f es R y el dominio de g es 5. Entonces el dominio de f · g es $D_f \cap D_g$
   Si x = -2, entonces (f · g)(-2) = f(-2) · g(-2) = |-2|5 = 2·5 = 10.

c. Función cociente:

Sean f y g dos funciones y D_f, D_g sus dominios respectivamente.

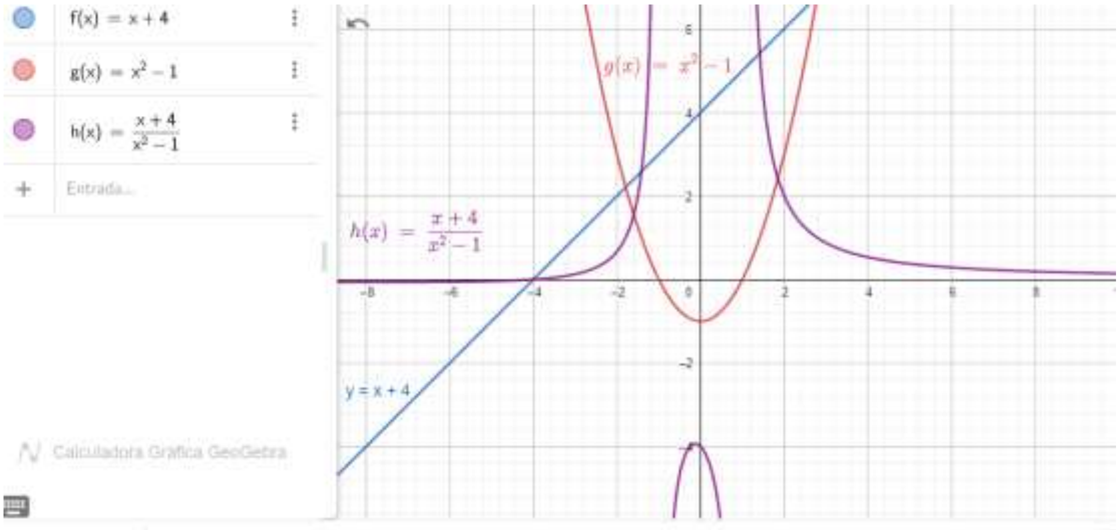
Entonces la función f/g está definida por: (f/g) (x) = f(x)/g(x), g(x) ≠ 0 El dominio de f /g es $D_f \cap D_g$ excluyendo los valores de x para los cuales g(x) = 0.

Ejemplo

Si $f(x) = x + 4$ y $g(x) = x^2 – 1$. Entonces $(f/g)(x) = f(x) / g(x) = (x + 4)/(x^2 – 1)$.

El dominio de f y el de g son los números reales. La función $g(x) = x^2 – 1$ es cero para $x = 1$ y $x = -1$.

Por lo tanto, el dominio de f/g es R – {-1, 1}



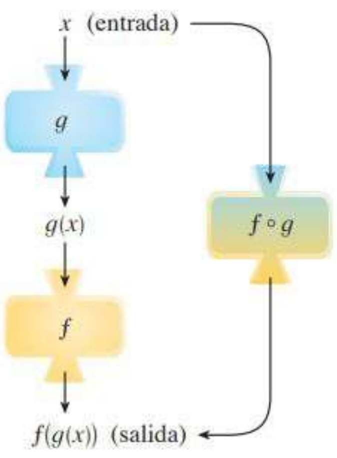
d. <u>Composición de funciones</u>

Sabemos que la notación “g(a)” significa el valor de la función g(x) cuando x = a; y se obtiene al sustituir a por x, siempre que x aparezca en la expresión de g(x).

Por ejemplo, si $g(x) = x^3 + 2$, entonces $g(a) = a^3 + 1$;

Si f(x) es una función, entonces g(f(x)) es la función que se obtiene al sustituir f(x) en lugar de x, siempre que ésta ocurra en la expresión de g(x).

La función g(f(x)) es llamada la compuesta de g con f y se utiliza el símbolo operacional o para denotar la compuesta de g con f. Así (g o f) (x) = g(f(x)).



Si $g(x) = x^2$ y $f(x) = x + 2$, entonces (g o f) (x) = $g(f(x)) = (f(x))^2 = (x + 2)^2$.

¿Cuál es el dominio de g o f?

Es muy importante hacer notar que para formar la función composición es necesario que el rango de la función f sea igual o un subconjunto del dominio de la función g.

Ejemplo

1. Sea f(x) = x + 3 y g(x) = 2x + $\sqrt{x}$. Encuentre g∘f y especifique su dominio.

Solución:

Por las definiciones de g∘f, f y g, tenemos que (g∘f) (x) = g (x + 3) = 2(x + 3) +$\sqrt{x} + 3$

El dominio X de f es el conjunto de todos los números reales.

Sin embargo (g∘f) (x) es un número real sólo si $x \geq -3$.

Por lo tanto, el dominio de g∘f es el intervalo [-3, ∞).

2. Sean f(x) = $\sqrt{x}$ y g(x) = 2x – 3. Encuentre (f∘g) (x), (g∘f)(x) y sus dominios.

Solución:

Por las definiciones de $(f \circ g)$, $(g \circ f)$, f y g tenemos (f∘g)(x) = f(g(x)) = f(2x – 3) = $\sqrt{2x - 3}$

El dominio de g es (-∞, ∞), y el dominio de f es [0, ∞).

El dominio de f∘g es el conjunto de números reales para los cuales 2x – 3 ≥ 0, o, equivalentemente [3/2, ∞).

De la misma forma (g∘f)(x) = g(f(x)) = g($\sqrt{x}$) = 2$\sqrt{x}$ –3

El dominio de g∘f es el conjunto de números reales para los cuales x ≥ 0, es decir [0, ∞).

Nótese que fog puede ser una función diferente a g∘f.

Ver:

https://www.youtube.com/watch?v=84_EhqnX3TA

https://www.youtube.com/watch?v=0mpzvICzfKM

https://www.youtube.com/watch?v=zk2rDBqwpjg&list=RDCMUCvTyXJuQyAqG2UxzI8jtc2g&index=1

SESIÓN 3 y 4

Ejercicios en el aula:

Suponga que la gráfica de f está dada por $f(x) = \frac{4x}{x+1}$

Escriba las ecuaciones para las gráficas que se obtienen a partir de la gráfica f como sigue: a) Desplazada 3 unidades hacia arriba. b) Desplazada 3 unidades hacia abajo. c) Desplazada 3 unidades hacia la derecha. d) Desplazada 3 unidades hacia la izquierda. e) Reflejada respecto al eje x. f) Reflejada respecto a y. g) Alargada verticalmente por un factor de 3. h) Contraída verticalmente por un factor de 3

Actividad de Aprendizaje 2
Bloque 1

Contenidos	Funciones. Dominio. Rango. Operaciones con funciones
Aprendizaje esperado	AE1. Opera algebraica y aritméticamente, así como representan y tratan gráficamente a las funciones polinomiales básicas (lineales, cuadráticas y cúbicas). AE3 Determina algebraica y visualmente las asíntotas de algunas funciones racionales básicas. AE4. Caracteriza a las funciones algebraicas y las funciones trascendentes como herramientas de predicción, útiles en una diversidad de modelos para el estudio del cambio.
Competencias Disciplinares	1. Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas o aleatorios mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales.
Atributos de las competencias genéricas	. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiadas. (Atributo: 4.1) . Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos. (Atributos: 5.1, 5.2, 5.3, 5.4 y 5.6) . Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva. (Atributos: 6.1 y 6.3) 7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida. (Atributos: 7.1) 8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos. (Atributos: 8.1, 8.2 y 8.3

I. Realiza las siguientes operaciones de los siguientes ejercicios.

Dadas las funciones:

$$f(x) = x + 3,\ g(x) = x^2 + 5x + 6,\ r(x) = x + 2,\ s(x) = x^2 - 3x - 10$$

Determina:

11. $f(x) + r(x)$
12. $f(x) - s(x)$
13. $g(x) \cdot s(x)$
14. $\dfrac{g(x)}{r(x)}$
15. $\dfrac{s(x)}{r(x)}$
16. $g(x) - s(x)$
17. $f(x) \cdot r(x)$
18. $\dfrac{f(x)}{r(x)}$
19. $\dfrac{g(x)}{s(x)}$
20. $\dfrac{g(x)}{f(x)} + \dfrac{s(x)}{r(x)}$

II. Resuelve los ejercicios impares de la siguiente lista

Determina $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ y $g \circ g$ para las siguientes funciones:

1. $f(x) = 3x^2 - 5x - 2$ y $g(x) = 2x - 3$
2. $f(x) = \sqrt{x}$ y $g(x) = x^2$
3. $f(x) = 4$ y $g(x) = 2$
4. $f(x) = \sqrt{x^2 - 5}$ y $g(x) = \sqrt{x^2 + 5}$
5. $f(x) = x^2 + 2x + 1$ y $g(x) = \sqrt{x - 1}$
6. $f(x) = \dfrac{x-1}{x+3}$ y $g(x) = \dfrac{1}{x}$
7. $f(x) = \log(x - 2)$ y $g(x) = x - 2$
8. $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}}$ y $g(x) = \sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}$

III. Resuelve los siguientes ejercicios.

1. El área de la base de un cilindro es de $40\,\pi$ m^2. Expresa el volumen en función de la altura.
2. Fluye agua por un tanque cónico de 10 m de radio y 25 m de altura. Cuando el nivel del agua está a una altura de h y radio r, expresa el volumen del agua en función de la altura.
3. Si el ancho de un rectángulo es la quinta parte de su largo, determina el perímetro en función de su área.
4. Dada una circunferencia de radio r, precisa el área de la circunferencia en función de su diámetro d.
5. Se inscribe un cubo de arista x en una esfera de radio r. Expresa el volumen de la esfera en función de la arista del cubo.
6. Al graficar la recta, cuya ecuación es $3x - 2y + 6 = 0$, y trazar una línea vertical paralela al eje Y en cualquier punto sobre el eje X se genera un triángulo rectángulo. Expresa el área de dicho triángulo en función de la abscisa x.

ASIGNATURA: Cálculo Diferencial	LISTA DE COTEJO Bloque 1	ADA 2 Valor: 10 puntos
GRADO y GRUPO:	FECHA:	

Elemento	Valor en pts.	Valor alcanzados	Observaciones
a. El trabajo se entrega en tiempo y forma , en hojas en blanco y resuelto en binas en binas b. La lista de cotejo se integrará en la parte final de la ADA			*La entrega fuera de fecha y/o no cumple con las especificaciones será penalizada con 2 puntos. Teniendo como fecha máxima el día inmediato posterior a la fecha establecida. *No entregar lista de cotejo causa una penalización de 1 punto
Presenta una **portada** (logotipo, datos de la escuela, Título del trabajo, el criterio, nombre de los estudiantes completos y en orden alfabético iniciando por los apellidos, materia, nombre completo del profesor, grado, grupo y fecha de entrega).			
Formato: Escrito de puño y letra del estudiante Instrucciones en tinta azul o negra procedimientos a lápiz y resultados resaltados en rojo Portada al frente, lista de cotejo al final Engrampado			
Contenido			
I. Realiza correctamente las operaciones con funciones y halla el dominio y gráfica de la nueva función II. Procediemintops completos y correctos, argumentando su proceder.	9		
Participación y actitudes			
Participan de manera colaborativa, honesta y responsable durante la elaboración de la actividad.	1		*En caso de plagio total o parcial la calificación es CERO.
Demuestran una actitud positiva con el profesor y sus compañeros durante el bloque.			
Total	**10**		

Nombre del Equipo:	Nombre del Representante:

Integrantes del equipo	Firma de conformidad con el resultado
1.	
2.	

Niveles de dominio	Preformal 0-59	Receptivo 60-69	Resolutivo 70-79	Autónomo 80-89	Estratégico 90-100

SEMANA 3: DEL 11 AL 14 DE SEPTIEMBRE

AE2) Emplea los límites en las diferentes situaciones que se les presenta
AE4) Caracteriza a las funciones algebraicas y las funciones trascendentes como herramientas de predicción, útiles en una diversidad de modelos para el estudio del cambio

SESIÓN 1 y 2

RAZÓN DE CAMBIO INSTANTÁNEA

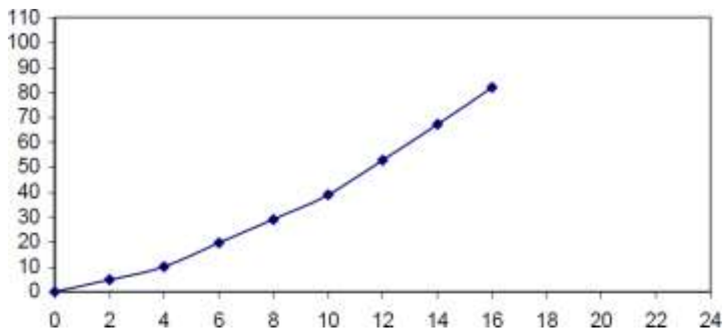
Se realizan estudios para analizar el índice de purificación de la atmósfera de la Tierra.

Si una compañía a través de sus fábricas y durante un período de 18 horas diarias para combatir el "smog", liberara en la atmósfera cada una de sus fábricas, toneladas de una sustancia química determinada por la función: $f(x) = 0.2x^2 + 2x$

Completa la tabla tomando intervalos de 2 horas

X	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
f(x)	0	4.8					52.8	67.2		

El esbozo de la gráfica con los valores de la tabla queda:



¿¿Cómo aumenta la cantidad de toneladas de sustancias químicas desde que se empiezan a liberar?

Hasta a) 2 horas después?, b) 5 horas después?, c) ¿entre las 12 y las 14 horas?

Aplicando lo que has aprendido de razón de cambio promedio la solución de

a) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4.8 - 0}{2 - 0} = 2.4\ ton,$

b) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \_ = 4.5\ ton,$

c) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \_ = 7.2\ ton$

¿Cuál es la liberación de cambio instantánea de toneladas de sustancia química exactamente 8 horas después?

Para determinar este valor tenemos que calcular la razón de cambio promedio para intervalos de tiempo cada vez más y más pequeños, estos intervalos deben iniciar en el "tiempo" que deseamos analizar, así para un tiempo de 8 horas se han liberado

f (8) = 0.2 $(8)^2$ + 2 (8) = 28.8 ton.

para un tiempo de 9 horas se han liberado: f (9) = 0.2 $(9)^2$ + 2 (9) = 34.2 ton.

Calculando la razón de cambio promedio para estos valores

$$\frac{\Delta\, y}{\Delta\, x} = \frac{34.2 - 28.8}{9 - 8} = 5.4\, ton$$

De igual manera calculemos las toneladas promedio de liberación de sustancias químicas que benefician la atmósfera para intervalos de tiempo más pequeños y que inicien en un tiempo = 8 hrs.

de 8 a 8.5hrs.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{31.45 \quad 28.8}{8.5 \quad 8} = \frac{2.65}{0.5} = 5.3 \text{ton.}$$

de 8 a 8.1hrs.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{29.322 \quad 28.8}{8.1 \quad 8} = \frac{0.522}{0.1} = 5.22 \text{ton.}$$

de 8 a 8.01hrs.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{28.85202 \quad 28.8}{8.01 \quad 8} = \frac{0.05202}{0.01} = 5.202 \text{ton.}$$

calculando para 8 y 8.001hrs.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{28.8052002 \quad 28.8}{8.001 \quad 8} = \frac{0.0052002}{0.001} = 5.2002 \text{ton.}$$

Para 8 y 8.001 ¿cuál es el resultado del cociente $\frac{\Delta y}{\Delta x}$?

Analizando el proceso de cálculo y los resultados que se van obteniendo y si tomáramos intervalos de tiempo "demasiado pequeños" concluimos que $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ tiende o está muy, pero muy "cerca" del valor 5.2

toneladas y podemos tomar este valor como la liberación de cambio instantánea, con lo cual contestamos la pregunta planteada

Ejercicio:

Un globo aerostático asciende verticalmente, después de x horas su distancia f de la tierra medida en km. está determinada por: f (x) = -2 x^2 + 4 x

Realiza un esbozo de la gráfica de la función y contesta la siguiente pregunta: ¿sube indefinidamente el globo? ¿Por qué?

¿Cuál es la velocidad instantánea exactamente 1/2 hora después que inició su ascenso el globo?

Aplicando el método anterior, tomamos intervalos de tiempo cada vez más y más "pequeños" y que inicien en un tiempo de 0.5 horas.

de 0.5 hrs. a 0.51 hrs.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{1.5198-1.5}{0.51-0.5}=\frac{0.0198}{0.01}=1.98\text{ km/hr}$$

de 0.5 hrs. a 0.501 hrs.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{1.5198-1.5}{0.501-0.5}=\frac{0.001998}{0.001}=1.998\text{ km/hr}$$

de 0.5 hrs. a 0.5001 hrs.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=1.9998\text{km / hr}$$

¿Cuál es la velocidad de 0.5 a 0.50001 hrs.?

Si continuamos tomando intervalos más y cada vez más "pequeños", es decir, si $\Delta x \rightarrow 0$

podemos concluir que el valor "límite" o la' velocidad instantánea cuando x=1/2 h. es 2 km/h.

Entonces concluimos que, para poder calcular la razón de cambio instantánea tomamos el incremento $\Delta x = x_2 - x_1$ cada vez más y más pequeño, es decir,

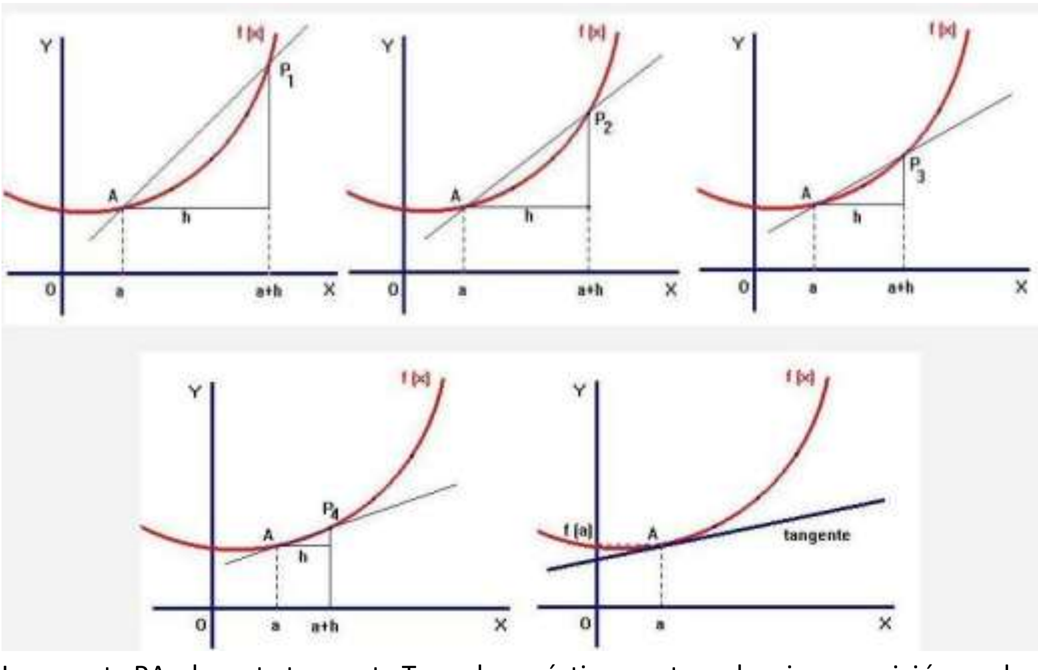
Δx tendiendo a cero que expresamos así $\Delta x \rightarrow 0$ y observamos que en los dos casos obtuvimos un valor "límite".

A este proceso lo podemos enunciar como "límite de $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, cuando $\Delta x \rightarrow 0$

$$\boxed{\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}\text{ o como }\qquad \lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}}$$

O como $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(h)}{h}$

Gráficamente se puede observar como el punto P se acerca al punto A, reduciendo h, hasta quedar h= 0, y por lo tanto, una tangente:



La secante PA y la recta tangente T quedan prácticamente en la misma posición, es decir, la razón de cambio instantánea numéricamente vale lo mismo que la pendiente de la recta tangente T (secante PA).

SESIÓN 3 y 4 (inhábil)

LÍMITES

Supongamos que se te pide trazar la gráfica de la función *f* dada por:

$$f(x)=\frac{x^3-1}{x-1}; \quad x\neq 1.$$

Para todos los valores diferentes de $x = 1$, es posible aplicar técnicas estándares de trazado de curvas. Pero en $x = 1$ no resulta claro que pueda esperarse, debido que en ese valor la función no está bien definida. Para darnos una idea del comportamiento de la gráfica de *f* cerca de $x = 1$, se pueden utilizar dos conjuntos de valores de *x;* uno que se aproxime a 1desde la izquierda y otro que se acerque a 1 desde la derecha, como se muestra en las tablas:

x tiende a 1 por la izquierda → ← x tiende a 1 por la derecha

x	0.9	0.99	0.999	0.9999	1	1.0001	1.001	1.01	1.1
$f(x)$	2.710	2.970	2.9970	2.9997	?	3.0003	3.003	3.030	3.310

$f(x)$ tiende a 3 → ← $f(x)$ tiende a 3

Cuando se traza la gráfica de la función, parece que la gráfica de *f* es una parábola que tiene una abertura en el punto (1,3), como se muestra en la Fig. 2.1.

Aunque *x* no puede ser igual a 1, puedes acercarte por la izquierda o por la derecha y, como resultado, f (x) se mueve, cerca de 3. Si utilizas la notación de límites, se puede escribir:

$$\lim_{x\to 1} f(x)=3.$$

Esto se lee "el límite de f (x), cuando x tiende a 1, es 3"

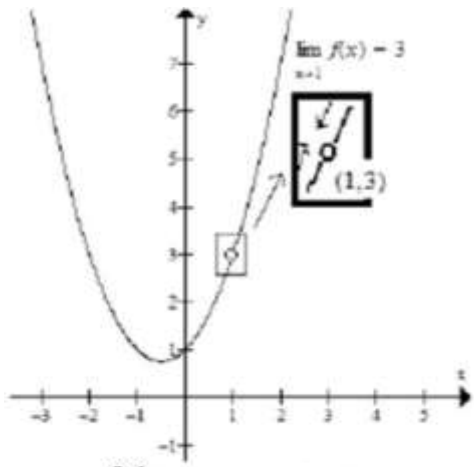


Fig. 2.1 El límite de $f(x)$, cuando x tiende a 1, es 3.

Si **f(x)** se acerca a un número **L** cuando **x** se aproxima a un número **c** desde cualquiera de los dos lados, **el límite de f(x), cuando x tiende a c, es L.**

Este límite se escribe como:

$$\lim_{x \to c} f(x) = L$$

Utilizaremos la notación de $x \to c^-$ para indicar que x tiende al valor c, por la izquierda

Y utilizaremos la notación de $x \to c^+$ para expresar que x tiende al valor c por la derecha.

De esta manera definiremos los límites unilaterales:

L, es el límite de f por la izquierda cuando x tiende a c por la izquierda y lo representamos como:

$$\lim_{x \to c-} f(x) = L$$

L, es el límite de f por la derecha cuando x tiende a c por la derecha y lo representamos como:

$$\lim_{x \to c+} f(x) = L$$

Por lo tanto, si los límites unilaterales tienen un valor común L:

$$\lim_{x \to c-} f(x) = \lim_{x \to c+} f(x) = L \, ,$$

Se dice entonces que $\lim_{x \to c} f(x)$ existe

En caso contrario cuando los límites unilaterales no coinciden al mismo valor, se dice que el límite no existe y se representa de la siguiente manera:

$$\lim_{x \to c} f(x) = \nexists$$

Como habrás notado los límites son usados para describir cómo se comporta una función cuando la variable independiente x se mueve alrededor de ciertos valores.

Ver https://www.youtube.com/watch?v=voeUOct5VjY
https://www.youtube.com/watch?v=o334wYiRDcw

Apliquemos el aprendizaje para cada una de las siguientes funciones, aproxima el valor del límite solicitado empleando un procedimiento tabular. Utiliza las tablas que se te incluyen para vaciar tus resultados y concluye respecto a lo observado.

a. Determina $\lim_{x\to 5}(3x^2 + 7x - 1) =$

x	2	4.5	4.8	4.9	4.95	5.15	5.2	5.4	6
$f(x)$									

b. Determina $\lim_{x\to -3}(4x^3 - 2x^2 + 5x) =$

x	-5	-4	-3.5	-3.3	-3.2	-3.1	-2.9	-2.7	-2.6
$g(x)$									

c. Para $m(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}-1}$, determina $\lim_{x\to 0} m(x)$

x									
$m(x)$									

____

____

d. Para $p(x) = \frac{x^2-9}{x+3}$, determina $\lim_{x\to -3} p(x)$

x									
$p(x)$									

____

____

e. Para $r(t) = \frac{8}{t^2}$, determina $\lim_{t\to 0} r(t)$

t									
$r(t)$									

____

____

f. Para $g(s) = \frac{x^2+x-12}{x-3}$, determina $\lim_{s\to 3} g(s)$

s									
$g(s)$									

PROPIEDADES	
El límite de la suma o diferencia de dos funciones es la suma o diferencia de los límites de cada una de las funciones	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x) \pm g(x)\right) = \lim\limits_{x\to\infty} f(x) \pm \lim\limits_{x\to\infty} g(x)$
El límite de un producto de funciones es el producto de los límites de cada una de las funciones	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x) \cdot g(x)\right) = \lim\limits_{x\to\infty} f(x) \cdot \lim\limits_{x\to\infty} g(x)$
El límite de un cociente de funciones es el cociente de los límites de cada una de las funciones	$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\lim\limits_{x\to\infty} f(x)}{\lim\limits_{x\to\infty} g(x)}$
El límite del producto de una función por un número real es el producto del número por el límite de la función	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(k \cdot f(x)\right) = k \cdot \lim\limits_{x\to\infty} f(x)$
El límite de una función constante coincide con el valor de la constante	$\lim\limits_{x\to\infty} k = k$
El límite de la potencia de dos funciones es el valor de la potencia de sus límites	$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)^{g(x)} = \lim\limits_{x\to\infty} f(x)^{\lim\limits_{x\to\infty} g(x)}$

Ver https://www.youtube.com/watch?v=PZhTK99o1pk

https://www.youtube.com/watch?v=roR48O4gFSM

Actividad de Aprendizaje 3.
Bloque 1

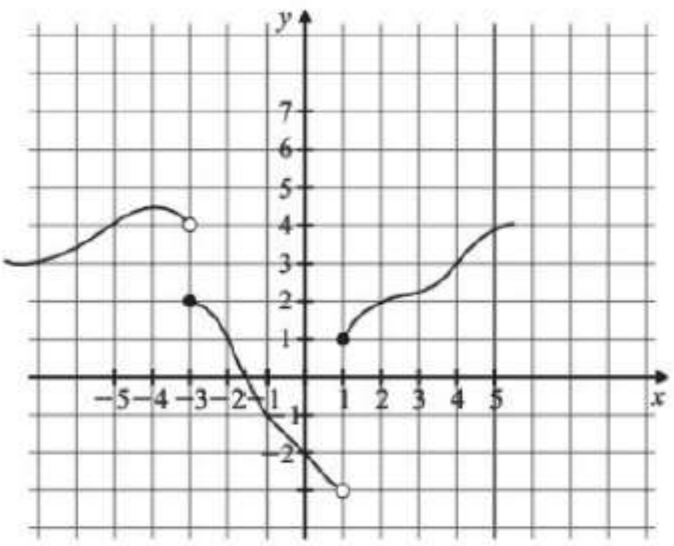
Contenidos	Concepto de límites. Limites por evaluación, Límites indeterminados. Límites que tienden al infinito
Aprendizajes esperados	AE2) Emplea los límites en las diferentes situaciones que se les presenta AE4) Caracteriza a las funciones algebraicas y las funciones trascendentes como herramientas de predicción, útiles en una diversidad de modelos para el estudio del cambio
Competencias Disciplinares	1. Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas o aleatorios mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales.
Atributos de las competencias genéricas	. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiadas.(Atributo: 4.1) . Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos. (Atributos: 5.1, 5.2, 5.3, 5.4 y 5.6) . Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva. (Atributos: 6.1 y 6.3) 7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida. (Atributos: 7.1) 8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos. (Atributos: 8.1, 8.2 y 8.3

1. Utilizando una tabla con números muy cercanos al valor al que tiende la variable independiente, calcular el límite indicado:

a) Para $m(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}-1}$, determina $\lim_{x\to 0} m(x)$

b) Para $p(x) = \frac{x^2-9}{x+3}$, determina $\lim_{x\to -3} p(x)$

2. Considerando la siguiente gráfica de una función $f(x)$, encuentra:



a) $\lim_{x\to -1} f(x) =$

b) $\lim_{x\to 4} f(x) =$

c) $\lim_{x\to -3} f(x) =$

3. Encuentra el límite de las siguientes funciones:

a) $\lim_{x \to 5} (3x^2 + 7x - 1) =$

b) $\lim_{x \to -3} \sqrt[3]{4x^3 - 2x^2 + 5x + 16} =$

c) $\lim_{t \to \frac{2}{3}} \left(\frac{t^2+4t}{6t}\right) =$

d) $\lim_{x \to 2} \frac{x^3-8}{2x^2-3x-2} =$

e) $\lim_{z \to 1} \frac{z-1}{z^2-1} =$

Referencias

Bibliográficas
Aguayo, Daniel. Experimentando el Cálculo Diferencial. 2010. México. Pág. 46-48, 52-53.
Ortiz, Francisco. Cálculo Diferencial. Grupo Editorial Patria. Límites.” pág. 88 – 96, 99, 105
CONAMAT. Cálculo Diferencial. Pearson. Pág. 63- 72, 219

En Web
Noción de límite: https://www.youtube.com/watch?v=eCB_Jr_VKyg
Noción de sucesión finita: Una pelota se suelta a 18m y rebota un tercio” que te presenta la docente y que se halla en https://www.youtube.com/watch?v=MJXuHb44biE
Límites algebraicos. https://www.youtube.com/watch?v=4fyHnnmZxvk
https://www.youtube.com/watch?v=kbdoSNNC2Rg
Límites al infinito: https://www.youtube.com/watch?v=P4Ui8wukDK0
Limites infinitos: https://www.youtube.com/watch?v=fHWpGPnequE
Limites en una gráfica https://www.youtube.com/watch?v=EYcwxYab0Qk
https://www.youtube.com/watch?v=Lg9fOAgpkOw&t=66s

ASIGNATURA: Cálculo Diferencial	LISTA DE COTEJO Bloque 1	ADA 3 Valor: 10 puntos
GRADO y GRUPO:	FECHA:	

Elemento	Valor en pts.	Valor alcanzados	Observaciones
El trabajo se entrega en tiempo y forma en binas La lista de cotejo se integrará en la parte final de la ADA			*La entrega fuera de fecha será penalizada con 2 puntos. Teniendo como fecha máxima el día inmediato posterior a la fecha establecida. *No entregar lista de cotejo y/ o no cumplir con los requisitos solicitados causa una penalización de 1 punto
Presenta una **portada** (logotipo, datos de la escuela, Título del trabajo, el criterio, integrantes del equipo, materia, nombre del profesor, grado, grupo y fecha de entrega).			
Formato: escrito de puño y letra del estudiante, instrucciones en tinta azul o negra, procedimientos a lápiz y respuestas finales resaltadas en rojo			
Contenido			
I.Presenta una breve explicación o procedimientos al resolver correctamente "Límites por evaluación" II. Los procedimientos son completos y correctos	8		
Participación y actitudes			
Participan de manera colaborativa, honesta y responsable durante la elaboración de la actividad.	1		*En caso de plagio total o parcial la calificación es CERO.
Demuestran una actitud positiva con el profesor y sus compañeros durante el bloque.			
Total	**10**		

Nombre del Equipo:	**Nombre del Representante:**

Integrantes del equipo	Firma de conformidad con el resultado
1.	
2.	

Niveles de dominio	Preformal 0-59	Receptivo 60-69	Resolutivo 70-79	Autónomo 80-89	Estratégico 90-100

SEMANA 4: DEL 18 AL 22 DE SEPTIEMBRE

AE2) Emplea los límites en las diferentes situaciones que se les presenta
AE4) Caracteriza a las funciones algebraicas y las funciones trascendentes como herramientas de predicción, útiles en una diversidad de modelos para el estudio del cambio

SESIÓN 1 al 4

LIMITE IDETERMINADO.

Del tipo 0 / 0

Usando factorización

Halla $\lim\limits_{x \to -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2}$

Como el numerador y el denominador son polinomios, entonces son funciones continuas, por lo que sus límites pueden calcularse evaluando, es decir

$$\lim_{x \to -2} x^2 - 4 = (-2)^2 - 4 = 4 - 4 = 0$$

$$\lim_{x \to -2} x + 2 = -2 + 2 = 0$$

Puesto que el límite del denominador es cero, no podemos evaluar el límite del cociente como el cociente de los límites, sin embargo, el límite puede calcularse observando que

$$\frac{x^2 - 4}{x + 2} = \frac{(x + 2)(x - 2)}{x + 2} = x - 2 \qquad \text{si } x \neq -2$$

De donde $\lim\limits_{x \to -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \lim\limits_{x \to -2} x - 2 = -2 - 2 = -4$

AE2) Emplea los límites en las diferentes situaciones que se les presenta
AE4) Caracteriza a las funciones algebraicas y las funciones trascendentes como herramientas de predicción, útiles en una diversidad de modelos para el estudio del cambio

SEMANA 5: DEL 25 AL 29 DE SEPTIEMBRE

SESIÓN 1- 4

LIMITE AL INFINITO.

Al momento de calcular los límites para una función en el infinito se tienen que aplicar ciertos criterios en la función, los cuales son los siguientes:

Nos piden hallar el límite al infinito de

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^4-5x^3+4x^2-3x+6}{6x^4+8x^3-4x^2+8x+10}$$

1. Dividimos cada término del numerador y del denominador por la potencia más grande de x que aparezca en la función, en este caso dividimos cada término del numerador y denominador en x^4

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^4-5x^3+4x^2-3x+6}{6x^4+8x^3-4x^2+8x+10}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3x^4}{x^4}-\frac{5x^3}{x^4}+\frac{4x^2}{x^4}-\frac{3x}{x^4}+\frac{6}{x^4}}{\frac{6x^4}{x^4}+\frac{8x^3}{x^4}-\frac{4x^2}{x^4}+\frac{8x}{x^4}+\frac{10}{x^4}}$$

2. Reducimos

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^4-5x^3+4x^2-3x+6}{6x^4+8x^3-4x^2+8x+10}=\lim_{x\to\infty}\frac{3-\frac{5}{x}+\frac{4}{x^2}-\frac{3}{x^3}+\frac{6}{x^4}}{6+\frac{8}{x}-\frac{4}{x^2}+\frac{8}{x^3}+\frac{10}{x^4}}$$

3. Y aplicamos el teorema de $\lim_{x\to\infty}\frac{c}{x}=0$ entonces todos los términos divididos entre x se harán 0;

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^4-5x^3+4x^2-3x+6}{6x^4+8x^3-4x^2+8x+10}=\lim_{x\to\infty}\frac{3-\cancel{\frac{5}{x}}^{\,0}+\cancel{\frac{4}{x^2}}-\cancel{\frac{3}{x^3}}+\cancel{\frac{6}{x^4}}}{6+\cancel{\frac{8}{x}}-\cancel{\frac{4}{x^2}}+\cancel{\frac{8}{x^3}}+\cancel{\frac{10}{x^4}}}$$

Por lo tanto $$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^4-5x^3+4x^2-3x+6}{6x^4+8x^3-4x^2+8x+10}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

Ver https://www.youtube.com/watch?v=o334wYiRDcw

Dirección de Educación Media Superior
Escuela Preparatoria Estatal No 06
Alianza de Camioneros

Asignatura: Cálculo Diferencial

Actividad de Aprendizaje 4. Bloque 1 Sem: V

Nombre: ________________________________ **Grupo:** _________ **Fecha:** _____________

Contenidos	Concepto de límites. Limites por evaluación, Límites indeterminados. Límites que tienden al infinito
Aprendizajes esperados	AE2) Emplea los límites en las diferentes situaciones que se les presenta AE4) Caracteriza a las funciones algebraicas y las funciones trascendentes como herramientas de predicción, útiles en una diversidad de modelos para el estudio del cambio
Competencias Disciplinares	1. Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas o aleatorios mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales.
Atributos de las competencias genéricas	. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiadas.(Atributo: 4.1) . Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos. (Atributos: 5.1, 5.2, 5.3, 5.4 y 5.6) . Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva. (Atributos: 6.1 y 6.3) 7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida. (Atributos: 7.1) 8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos. (Atributos: 8.1, 8.2 y 8.3

Instrucciones:

I. Resuelve los ejercicios impares de la siguiente lista de ejercicios

Determina el valor de los siguientes límites:

1. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3x+2x^2}{5x+6x^3}$

2. $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{2h^3-5h^2+h}{h^4-h^2}$

3. $\lim\limits_{y\to 0} \dfrac{4y^5+5y^3}{y^4-y^2}$

4. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{ax^2+bx^3}{cx^2+dx^3}$

5. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{5x^n-3x^{n-1}+4x^{n-2}}{2x^n-6x^{n-2}}$

6. $\lim\limits_{z\to 1} \dfrac{z-1}{z^2-1}$

7. $\lim\limits_{x\to \frac{2}{3}} \dfrac{9x^2-4}{3x-2}$

8. $\lim\limits_{y\to -h} \dfrac{y+h}{h^2-y^2}$

9. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-2x}{4-x^2}$

10. $\lim\limits_{w\to a} \dfrac{a^2-w^2}{a-w}$

11. $\lim\limits_{z\to 7} \dfrac{z^2-5z-14}{z-7}$

12. $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^2+6x+9}{x^2+7x+12}$

13. $\lim\limits_{h\to 1} \dfrac{h-1}{h^2-4h+3}$

14. $\lim\limits_{x\to -5} \dfrac{x^2-25}{x^2+2x-15}$

I. Determina los siguientes límites.

1. $\lim_{x\to\infty} \frac{5}{x^3}$	2. $\lim_{x\to-\infty} \frac{3x^4+6x^3}{2x^3+3x}$
3. $\lim_{x\to\infty} 5x^2$	4. $\lim_{x\to-\infty} 7x^3$
5. $\lim_{x\to-\infty} 11x^4 - 11$	6. $\lim_{x\to\infty} \frac{70}{x}$
7. $\lim_{x\to\infty} \frac{x}{8}$	8. $\lim_{x\to\infty} x^4 - 6x$
9. $\lim_{x\to-\infty} x^3 - 4x$	10. $\lim_{x\to-\infty} \frac{15x^3-x^2+1}{20x^3-2x+1}$
11. $\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{9x^2+7}}{2x-5}$	12. $\lim_{x\to-\infty} \frac{5x^2+6x}{4x^3-8}$

Referencias

Bibliográficas

Aguayo, Daniel. Experimentando el Cálculo Diferencial. 2010. México. Pág. 46-48, 52-53.

Ortiz, Francisco. Cálculo Diferencial. Grupo Editorial Patria. Límites." pág. 88 – 96, 99, 105

CONAMAT. Cálculo Diferencial. Pearson. Pág. 63- 72, 219

En Web

Límites algebraicos. https://www.youtube.com/watch?v=4fyHnnmZxvk

https://www.youtube.com/watch?v=kbdoSNNC2Rg

Límites al infinito: https://www.youtube.com/watch?v=P4Ui8wukDK0

Limites infinitos: https://www.youtube.com/watch?v=fHWpGPnequE

Limites en una gráfica https://www.youtube.com/watch?v=EYcwxYab0Qk

https://www.youtube.com/watch?v=Lg9fOAgpkOw&t=66s

ASIGNATURA: Cálculo Diferencial	LISTA DE COTEJO Bloque 1	ADA 4 Valor: 10 puntos
GRADO y GRUPO:	FECHA:	

Elemento	Valor en pts.	Valor alcanzados	Observaciones
El trabajo se entrega en tiempo y forma en hojas en blanco y binas La lista de cotejo se integrará en la parte final de la ADA			*La entrega fuera de fecha será penalizada con 2 puntos. Teniendo como fecha máxima el día inmediato posterior a la fecha establecida. *No entregar lista de cotejo y/o no cumplir con los requisitos solicitados causa una penalización de 1 punto
Presenta una **portada** (logotipo, datos de la escuela, Título del trabajo, el criterio, nombres de los estudiantes completos en orden alfabetico e inciando por los apellidos, asignatura, Nombre completo del profesor, grado, grupo y fecha de entrega).			
Formato: escrito de puño y letra del estudiante, instrucciones en tinta azul o negra, procedimientos a lápiz y respuestas finales resaltadas en rojo Portada al frente lista de cotejo al final Trabajo engrampado			
Contenido			
I Utiliza los conceptos y presenta explicaciones o procedimientos completos y correctos al resolver “Límites indeterminados”	5		
II. Utiliza los conceptos y presenta explicaciones o procedimientos completos y correctos al resolver “límites cuando tiende al infinito”	5		
Participación y actitudes			
Participan de manera colaborativa, honesta y responsable durante la elaboración de la actividad.			*En caso de plagio total o parcial la calificación es CERO.
Demuestran una actitud positiva con el profesor y sus compañeros durante el bloque.			
Total	**10**		

Nombre del Equipo:	Nombre del Representante:

Integrantes del equipo	Firma de conformidad con el resultado
1.	
2.	

Niveles de dominio	Preformal 0-59	Receptivo 60-69	Resolutivo 70-79	Autónomo 80-89	Estratégico 90-100

PERIODO DE EVALUACIÓN DEL 2 AL 11 DE OCTUBRE

METACOGNICIÓN

Excelente = Logré el aprendizaje de manera independiente.

Bueno = Necesité ayuda para construir mi aprendizaje.

Regular = Fue difícil el proceso de aprendizaje y lo logré parcialmente

	Criterios	Niveles de desempeño		
		Excelente	Bueno	Regular
Procedimental	Identificas tipos y características de las funciones			
	Haces la diferenciación entre los dominios de funciones			
	Resuelves operaciones con funciones y hallas el dominio			
	Utilizas adecuadamente el concepto de razón de cambio			
	Utilizas adecuadamente el concepto de límite			
	Utilizas y aplicas el concepto de límite por evaluación			
	Utilizas y aplicas el concepto de límite indeterminado y al infinito			
Actitudinal	Organizas tu horario de trabajo			
	Organizas la información e investigas los temas			
	Te interesas en ver los videos y las lecturas por el bien individual y colectivo			
	Valoras el trabajo en equipo aportando y refutando ideas en la resolución de problemas.			
	Cumples con las indicaciones dadas para el buen desarrollo de las actividades.			
	Buscas y sugieres soluciones a los problemas planteados.			

ASIGNATURA: Cálculo Diferencial	LISTA DE COTEJO Bloque 1	Evidencia: Práctica Evaluativa Valor: 60 puntos
GRADO y GRUPO: 1	FECHA:	
Maestro(a):		

La práctica Evaluativa consiste en la resolución de ejercicios que abarcan temas del Bloque 2, y en colaboración responsable y honesta presentan justificación o argumentación de sus procesos

Elemento	Valor en pts	Valor alcanzado	Observaciones
Demuestra respeto a los lineamientos al entregar en tiempo y forma la Práctica Evaluativa. La lista de cotejo contiene los datos de alumnos	2		
Presenta una portada (logotipo, datos de la escuela, Título del trabajo, ADA, integrantes del equipo, materia, nombre del profesor, grado, grupo y fecha de entrega).			
Contenido			
Parte I. Identifica conceptos, principios, leyes al elegir la opción correcta	8		
Parte 2. Utiliza un concepto, principio o ley en la resolución de los ejercicios	20		
Parte 3. Explica, justifica o argumenta las razones que justifican el valor que se le asigna el hecho fenómeno, idea y la estrategia elegida para resolver dichos ejercicios.	30		
Valor	60		

Equipo: ____________________________		Nombre del representante:
Nombre del alumno	**Num. Lista**	**Firma de conformidad con el resultado**
1. .		
2.		
3.		

Niveles de dominio	Preformal 0-59	Receptivo 60-69	Resolutivo 70-79	Autónomo 80-89	Estratégico 90-100

Rúbrica de evaluación					
Bloque 1			Asignatura: CÁLCULO DIFERENCIAL		
Criterio 1: Resuelve o soluciona de forma escrita reactivos sobre las funciones algebraicas, sus operaciones límites indeterminados, infinitos y que tienden al infinito, presentando argumentos, razones y/o procedimientos claros y correctos de manera colaborativa, con honestidad y responsabilidad.			Evidencia requerida: Práctica Evaluativa	Ponderación: 60 /100	
Indicador	**Estratégico**	**Autónomo**	**Resolutivo**	**Receptivo**	**Preformal**
Formato y entrega (2 puntos) Identifica y da cumplimiento a las instrucciones brindadas con responsabilidad.	Identifica y cumple con responsabilidad todos los requerimientos solicitados en las instrucciones (formato, portada, procedimiento, resultados, interpretaciones) y entrega revisiones en la fecha solicitada.	Identifica y cumple con responsabilidad la mayoría los requerimientos solicitados en las instrucciones (formato, portada, procedimiento, resultados, interpretaciones) y entrega en la hora y fecha solicitada de manera puntual.	Identifica y cumple con algunos de los requerimientos solicitados en las instrucciones (formato, portada, procedimiento, resultados, interpretaciones) y entrega en la hora y fecha solicitada.	Identifica y cumple con pocos de los requerimientos solicitados en las instrucciones (formato, portada, procedimiento, resultados, interpretaciones) y entrega en la hora y fecha solicitada.	Carece de los requerimientos solicitados en las instrucciones (formato, portada, procedimiento, resultados, interpretaciones) y entrega después de la fecha solicitada.
Congruencia y claridad de la información (8 puntos) Organiza de forma colaborativa, los procedimientos realizados en forma limpia, clara y colaborativa, al dar solución a problemas sobre las funciones algebraicas, sus operaciones límites indeterminados, infinitos y que tienden al infinito	Describe correctamente en forma jerarquizada, organizada y limpia presentada de manera clara, entendible y con el lenguaje técnico apropiado a las funciones algebraicas, sus operaciones límites indeterminados, infinitos y que tienden al infinito en forma colaborativa.	Describe correctamente en forma jerarquizada, organizada, entendible y con el lenguaje escaso apropiado a las funciones algebraicas, sus operaciones límites indeterminados, infinitos y que tienden al infinito en forma colaborativa. Incluye del 89% al 80 % de las características solicitadas .	Describe correctamente en forma jerarquizada, organizada, le falta claridad y con el lenguaje a las funciones algebraicas, sus operaciones límites indeterminados, infinitos y que tienden al infinito en forma colaborativa. Incluye del 79% al 70 % de las características solicitadas.	Describe correctamente en forma jerarquizada, organizada, le falta claridad y con el lenguaje escaso apropiado a las funciones algebraicas, sus operaciones límites indeterminados, infinitos y que tienden al infinito en forma colaborativa. Incluye del 69% al 60 % de las características solicitadas.	Carece de organización, claridad y/o limpieza jerarquizada, organizada, le falta claridad y con el lenguaje escaso apropiado a las funciones algebraicas, sus operaciones límites indeterminados, infinitos y que tienden al infinito en forma colaborativa. Incluye menos del 60 % de las características solicitadas.

Dominio de los procedimientos y estrategias de solución (30 puntos) Argumenta con una estrategia de solución en los ejercicios obtenidos en problemas de funciones algebraicas, sus operaciones límites indeterminados, infinitos y/o que tienden al infinito utilizando procedimientos pertinentes de manera colaborativa, con honestidad y responsabilidad	Argumenta, explica y/o presenta procedimientos pertinentes a través de la aplicación de un concepto, procedimiento analítico, gráfico y/o fórmula al dar la solución correcta de las funciones algebraicas, sus operaciones límites indeterminados, infinitos y que tienden al infinito de manera colaborativa, con honestidad y responsabilidad. Incluye del 100% al 90 % de las características solicitadas	Explica las razones que justifican los resultados correctos a través de la aplicación de un concepto, procedimiento, gráfica y/o fórmula para analizar la solución de las funciones algebraicas, sus operaciones límites indeterminados, infinitos y que tienden al infinito Incluye del 89% al 80 % de las características solicitadas. de manera colaborativa, con honestidad y responsabilidad	Aplica las estrategias y procedimientos para resolver los reactivos abordando los aprendizajes al presentar la solución de la solución de las funciones algebraicas, sus operaciones límites indeterminados, infinitos y que tienden al infinito de manera colaborativa, con honestidad y responsabilidad Incluye del 79% al 70 % de las características solicitadas.	Describe algunas razones que justifican los resultados en su mayoría correctos a través de la aplicación de un concepto, procedimiento, gráfica y/o fórmula. Incluye del 69% al 60 % de las características solicitadas.	Carece de razones o estrategias pertinentes que justifican los resultados. Incluye menos del 60 % de las características solicitadas.
Dominio de los aprendizajes esperados (20 puntos) Interpreta y expresa por escrito el **resultado** obtenido en problemas de funciones algebraicas, sus operaciones límites indeterminados, infinitos y/o que tienden al infinito de manera colaborativa, con honestidad y responsabilidad	Obtiene, interpreta y presenta de forma correcta del 100 % al 90% de los en problemas de funciones algebraicas, sus operaciones límites indeterminados, infinitos y/o que tienden al infinito de manera colaborativa, con honestidad y responsabilidad, dando su respuesta de forma escrita resaltándola con tinta roja.	Obtiene, interpreta y presenta de forma correcta del 89 % al 80% de los resultados de funciones algebraicas, sus operaciones límites indeterminados, infinitos y/o que tienden al infinito de manera colaborativa, con honestidad y responsabilidad, dando su respuesta de forma escrita resaltándola con tinta roja.	Obtiene y/o presenta de forma correcta del 79 % al 70% de los resultados de funciones algebraicas, sus operaciones límites indeterminados, infinitos y/o que tienden al infinito de manera colaborativa, con honestidad y responsabilidad, dando su respuesta de forma escrita resaltándola con tinta roja	Proporciona de forma correcta del 69 % al09% de los resultados encontrados sin considerar el contexto del problema.	Proporciona algunos de los resultados encontrados sin considerar el contexto del problema, da respuesta al problema de forma errónea.

<table>
<tr><td>Ponderación:</td><td>100-90</td><td>89-80</td><td>79-70</td><td>69-60</td><td>59-0</td></tr>
<tr><td colspan="3">Logros:</td><td colspan="3">Aspectos a mejorar:</td></tr>
<tr><td colspan="6">Indicaciones respecto al formato de entrega:
Se entrega en hojas en blanco, con instrucciones y enunciados de problemas escritos en tinta azul o negra, procedimiento a mano y respuestas finales resaltadas en rojo.
Engrampado
Paginación inferior derecha.
Con portada al frente que contenga los siguientes elementos:
- Nombre completo de la escuela con logo
- Nombre de la asignatura
- Nombre y número del bloque
- Nombre completo del docente
- Nombres completos de los estudiantes en orden alfabético e iniciando por los apellidos
- Fecha de entrega
Grado grupo y semestre</td></tr>
</table>